



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 1 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

# Cours de traitement d'images

Vincent BARRA

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

# 1 Introduction

Image = représentation d'une scène 3D

Information = grandeur physique liée à la nature du capteur

Traitement d'images

- amélioration des images pour l'interprétation par un observateur humain
- traitement de scènes en temps réel pour la perception par des automates

**Traitements de bas niveau** : données de nature numérique

**Traitements de haut niveau** : entités de nature symbolique associées à une représentation de la réalité extraite de l'image

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 2 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

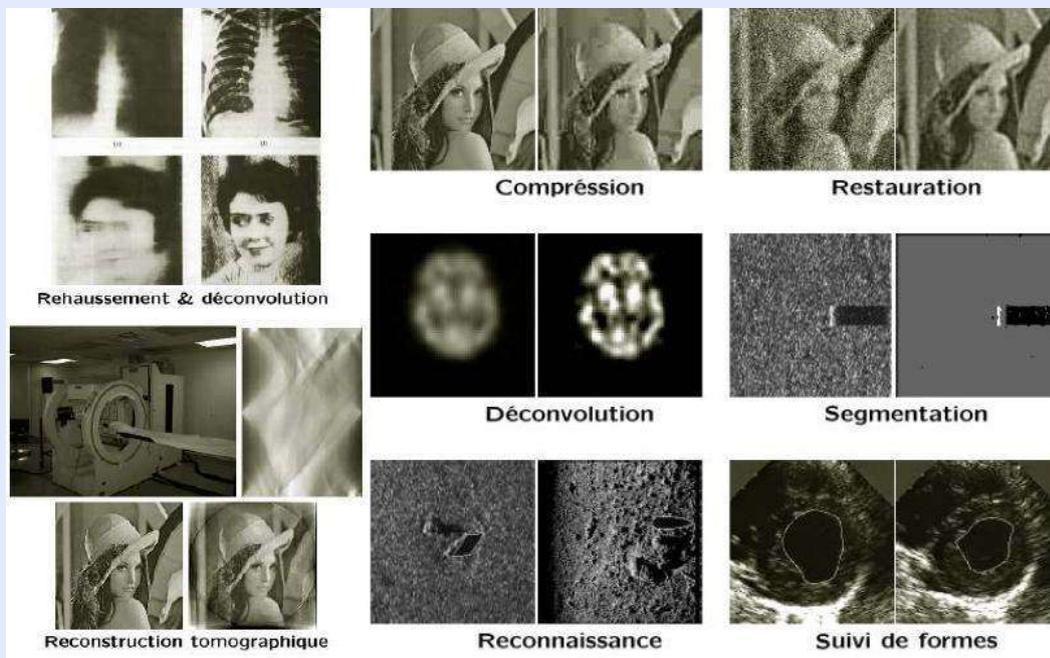


Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification



Page d'accueil

Page de Titre



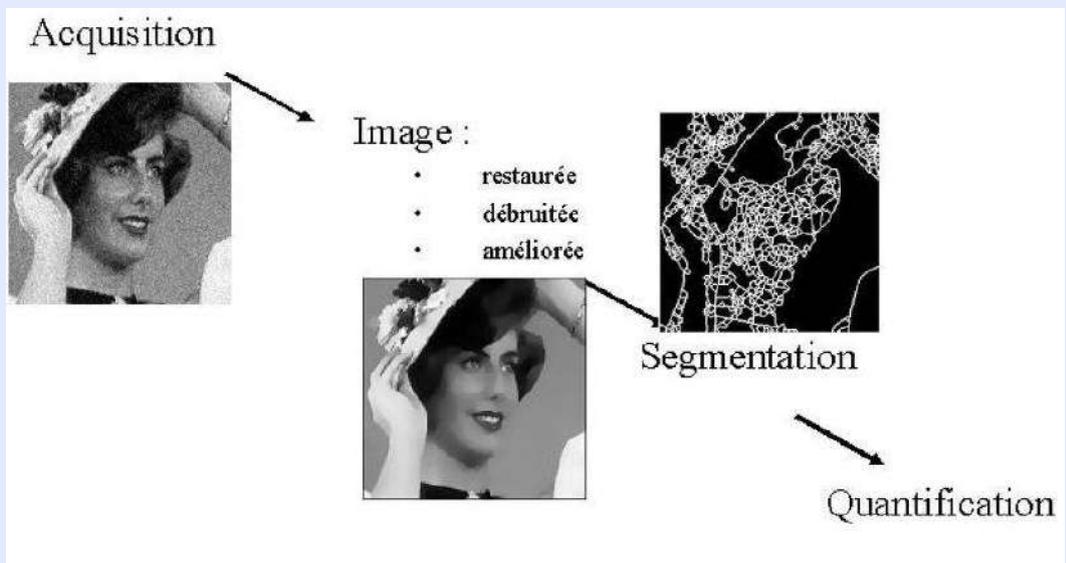
Page 3 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 5 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

Traitement d'images envisagé en trois phases :

– **Prétraitements**

- permettre une meilleure visualisation de l'image
- faciliter les traitements ultérieurs

– **Segmentation** : créer une partition de l'image en régions.

– **Quantification** : fournir des indices quantitatifs ou géométriques.

On ne traite pas ici du traitement d'images couleur.



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 6 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

## 2 Prétraitements

- Traitements photométriques et colorimétriques
- Réduction de bruit
- Restauration d'images



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 7 de 252

Retour

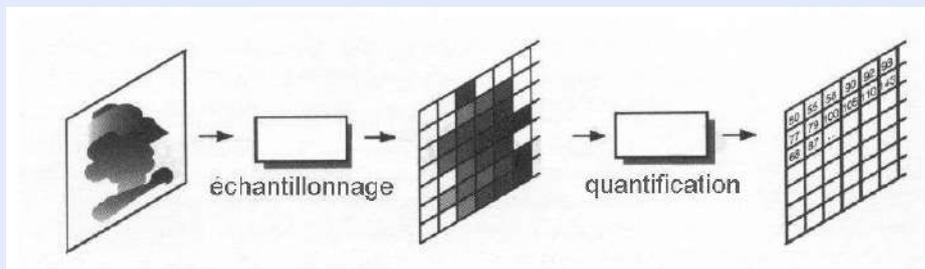
Plein écran

Fermer

Quitter

## 2.1 Traitements photométriques et colorimétriques

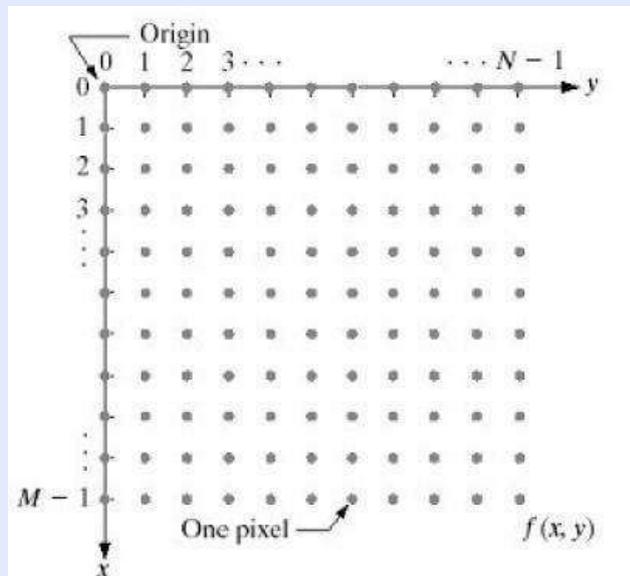
Rappel : échantillonnage et quantification



## 2.1.1 Analyse spatiale

Rappel : échantillonnage et quantification

Image = matrice de  $M \times N$  éléments, ou une fonction  $f(x, y)$





[Introduction](#)

[Prétraitements](#)

[Segmentation](#)

[Quantification](#)

[Page d'accueil](#)

[Page de Titre](#)



[Page 9 de 252](#)

[Retour](#)

[Plein écran](#)

[Fermer](#)

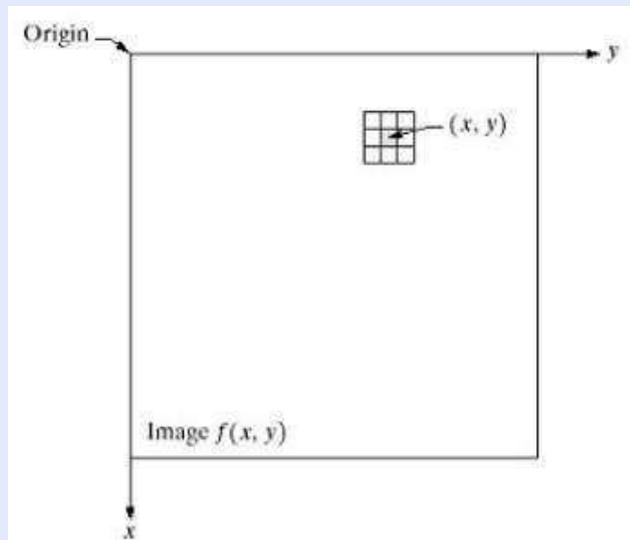
[Quitter](#)

Analyse spatiale : transformation sur les pixels de l'image

$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$

- $g$  : image de sortie
- $f$  : image d'entrée
- $T$  : opérateur sur  $f$  ou sur un ensemble d'images

L'approche principale des méthodes d'analyse est d'utiliser une région carrée centrée sur  $(x, y)$



Le centre de cette région est déplacée d'un pixel à l'autre sur l'image d'entrée

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 11 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

L'opérateur  $T$  est appliqué à chaque pixel  $(x, y)$

L'opérateur  $T$  n'utilise que les pixels sous la région pour le calcul de la transformation.

La forme la plus simple est d'utiliser une région de  $1 \times 1$  pixel

$$g(x, y) = T(f(x, y))$$

$\Rightarrow$  analyse point à point



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 12 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

- Utilisation d'une table de référence (lookup table)
- pour une image codée en 8 bits, la table des valeurs de  $T$  aura 256 entrées
- L'indice de la table correspond à la valeur de  $f(x, y)$  et la valeur lue à  $g(x, y)$



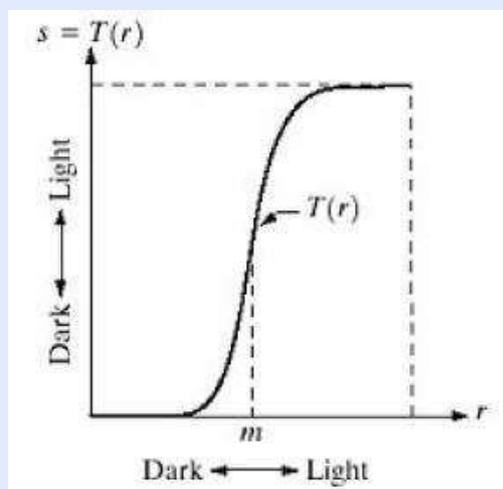
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Extension du contraste



⇒ image avec plus de contrastes

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 13 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



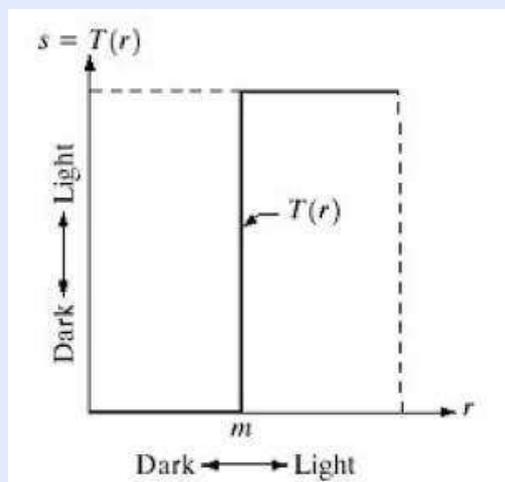
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

**Seuillage** : cas limite de l'extension de contraste



⇒ image avec plus de contrastes

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 14 de 252

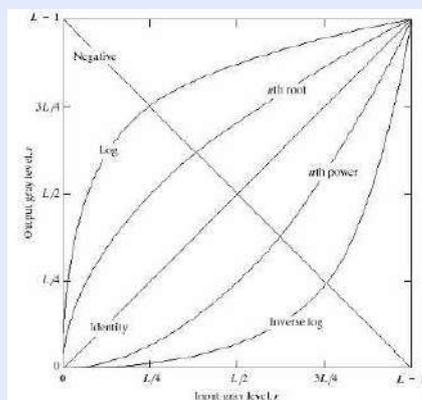
Retour

Plein écran

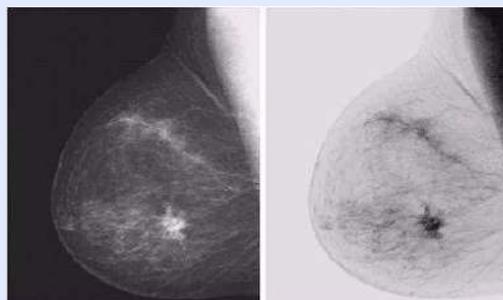
Fermer

Quitter

## Transformées linéaires, exponentielles, logarithmiques

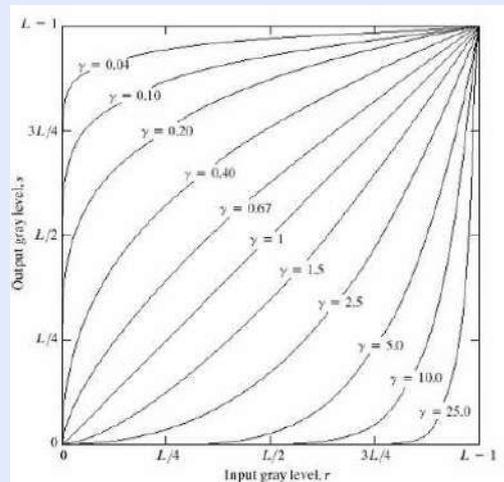


Exemple : négatif d'une image



## Transformées linéaires, exponentielles, logarithmiques

- logarithmique :  $g(x, y) = c \cdot \log(1 + f(x, y))$ ,  $c > 0$
- exponentielle gamma :  $g(x, y) = c \cdot (f(x, y) + \epsilon)^\gamma$ ,  $c > 0$ ,  
 $\epsilon$  : offset
- exponentielle :  $g(x, y) = c \cdot f(x, y)^\gamma$ ,  $c > 0$ 
  - $\gamma < 1$  : étire les faibles valeurs, compresse les valeurs foncées
  - $\gamma > 1$  : compresse les faibles valeurs, étire les valeurs foncées





Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 17 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 18 de 252

Retour

Plein écran

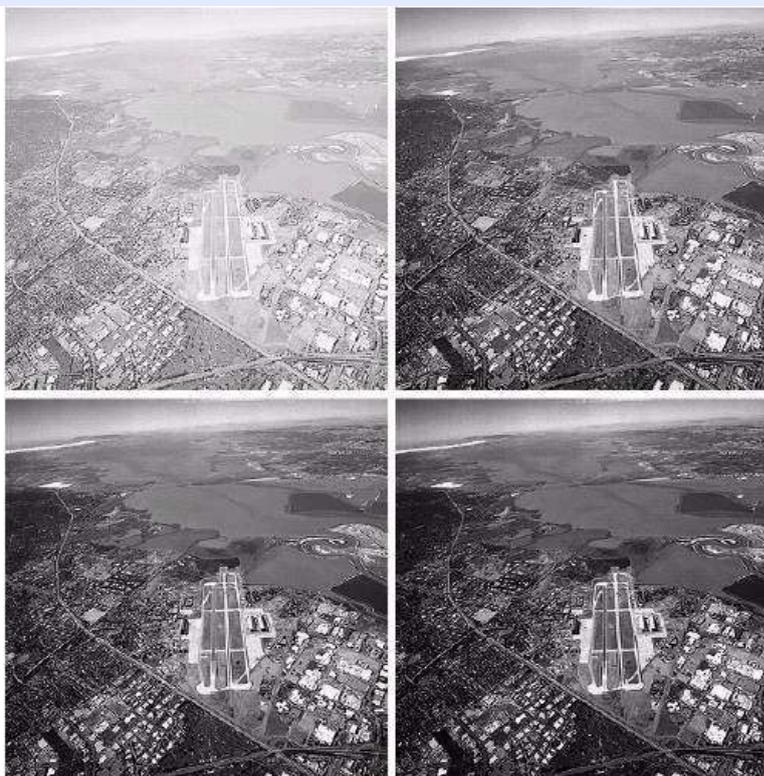
Fermer

Quitter

a b  
c d

**FIGURE 3.9**

(a) Aerial image.  
(b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with  $c = 1$  and  $\gamma = 3.0, 4.0,$  and  $5.0,$  respectively. (Original image for this example courtesy of NASA.)





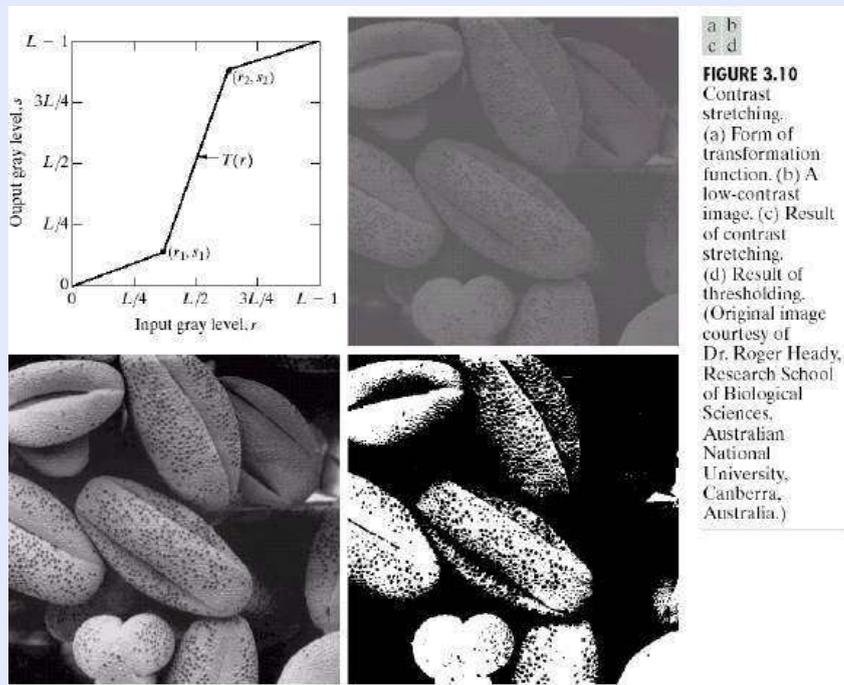
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Transformation par morceaux



Nécessite la définition de variables

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 19 de 252

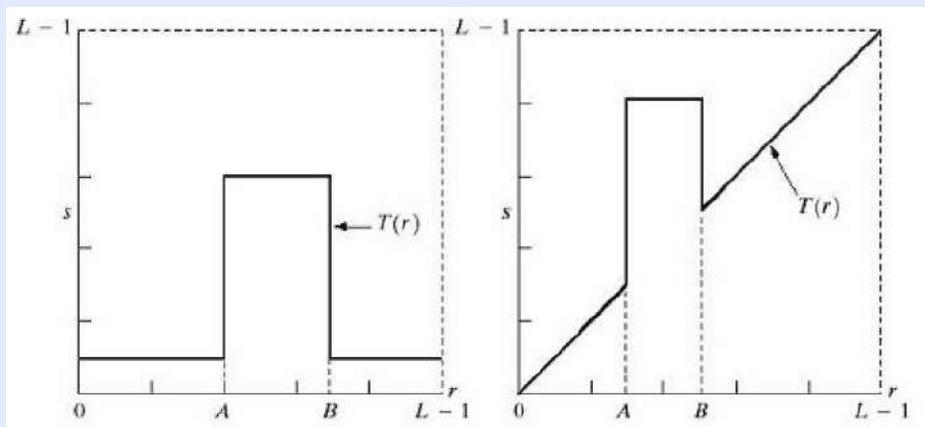
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

## Transformation par morceaux





*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

## 2.1.2 Masques

L'usage de régions de taille plus importante permet plus de flexibilité et donne plus de puissance au prétraitement.

⇒ Notion de masque de traitement

Définition de la taille du masque : carrée, impaire.

Relation à la notion de convolution...

*Page d'accueil*

*Page de Titre*

◀ ▶

◀ ▶

Page 21 de 252

*Retour*

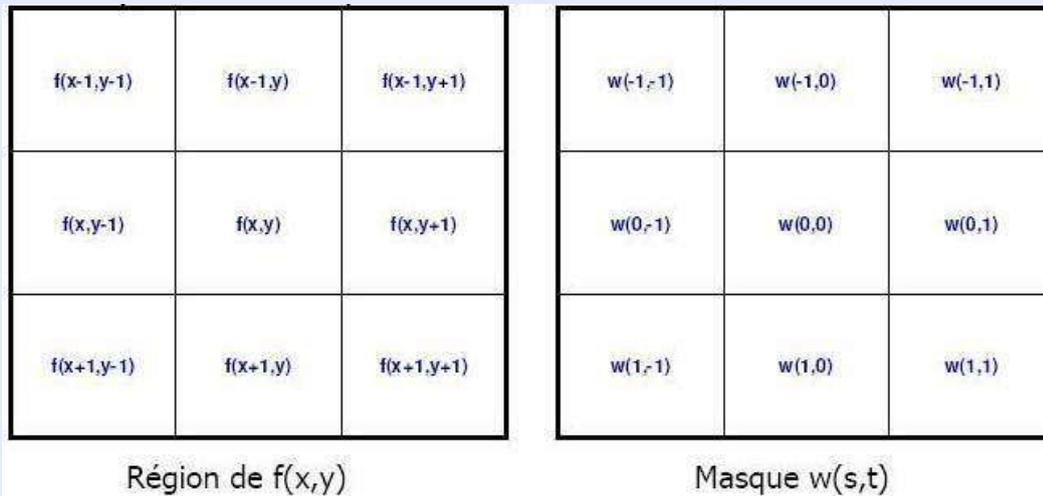
*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)


Page 22 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)


$$g(x, y) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 w(i, j) f(x + i, y + j)$$



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 23 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

Définition d'une valeur pour chaque élément du masque

On en reparle plus tard...



Introduction

Prétraitements

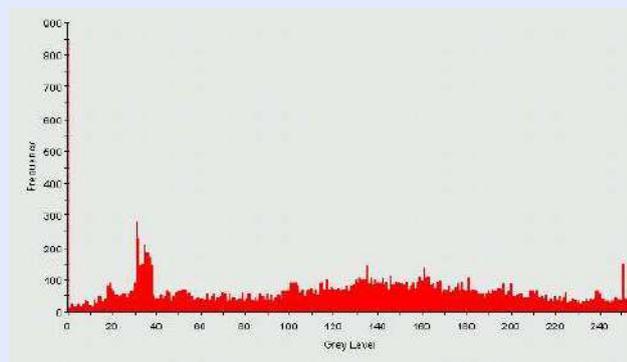
Segmentation

Quantification

## 2.2 Analyse d'histogramme

Définition :

- distribution des niveaux de gris
- comptage de l'occurrence de chaque niveau de gris dans l'image



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 24 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)

Plus formellement :

$$h : [0, L - 1] \rightarrow \mathbb{N}$$

$$r_k \rightarrow h(r_k) = n_k$$

avec :

- $r_k$  :  $k^{\text{ème}}$  niveau de gris
- $n_k$  : nombre de pixels de niveau de gris  $r_k$

Histogramme normalisé :

$$p(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

$n$  : nombre total de pixels  $\Rightarrow p(r_k) \approx$  probabilité d'observer

$r_k$

[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)


Page 25 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



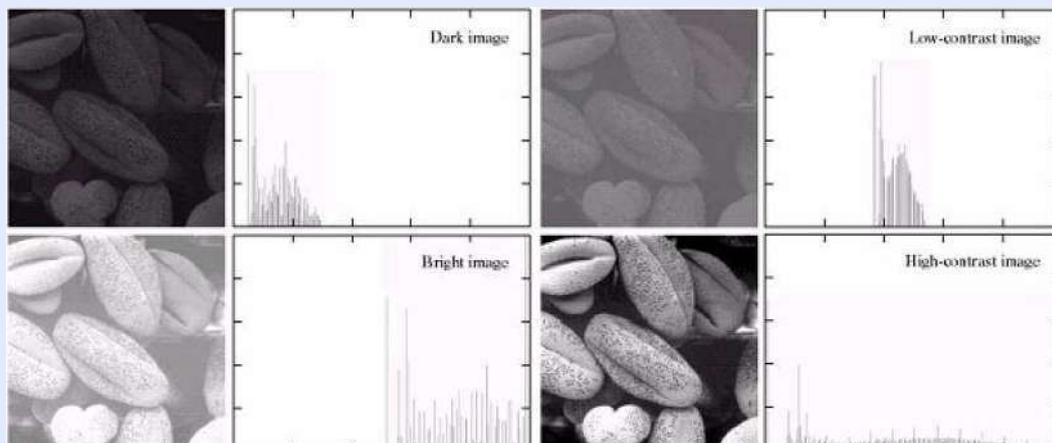
*Page 26 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*





*Introduction*

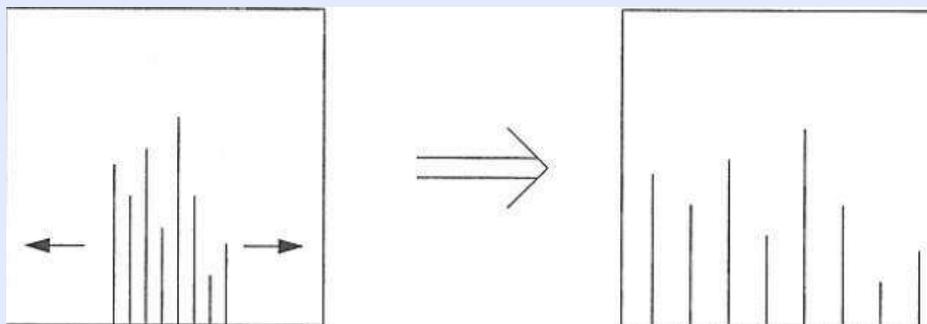
*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

## Etirement

- Une image à haut contraste aura un histogramme bien réparti
- Un histogramme bien réparti permettra d'obtenir un bon contraste!



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 27 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 28 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Etirement

Formellement

$$g(x, y) = \frac{f(x, y) - \text{Min}[f(x, y)]}{\text{Max}[f(x, y)] - \text{Min}[f(x, y)]} (M - m) + m$$

$[m, M]$  intervalle de codage des niveaux de gris

– 1 octet  $\rightarrow m=0, M=255$

– 2 octets  $\rightarrow m=0, M=65535$



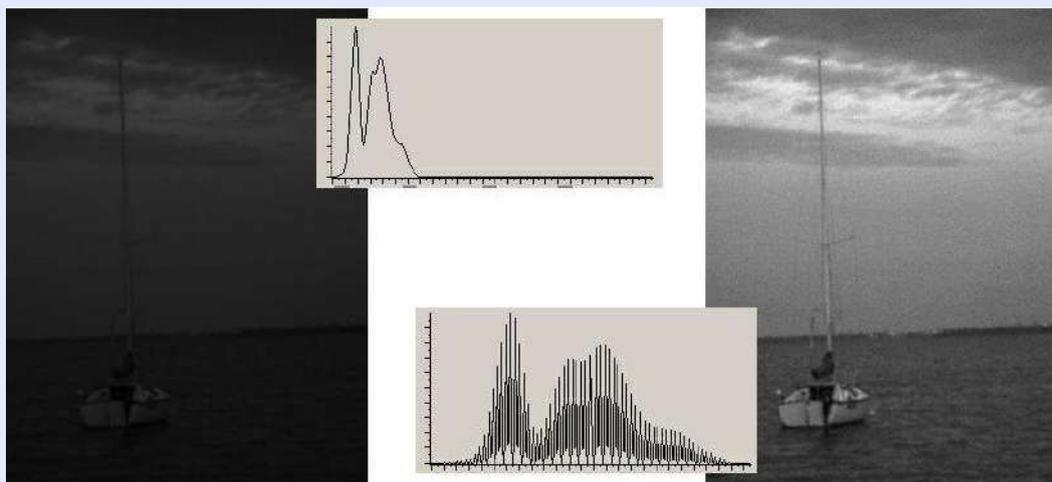
*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

# Etirement



*Page d'accueil*

*Page de Titre*



Page 29 de 252

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Etirement : élimination des tons extrêmes



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 30 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



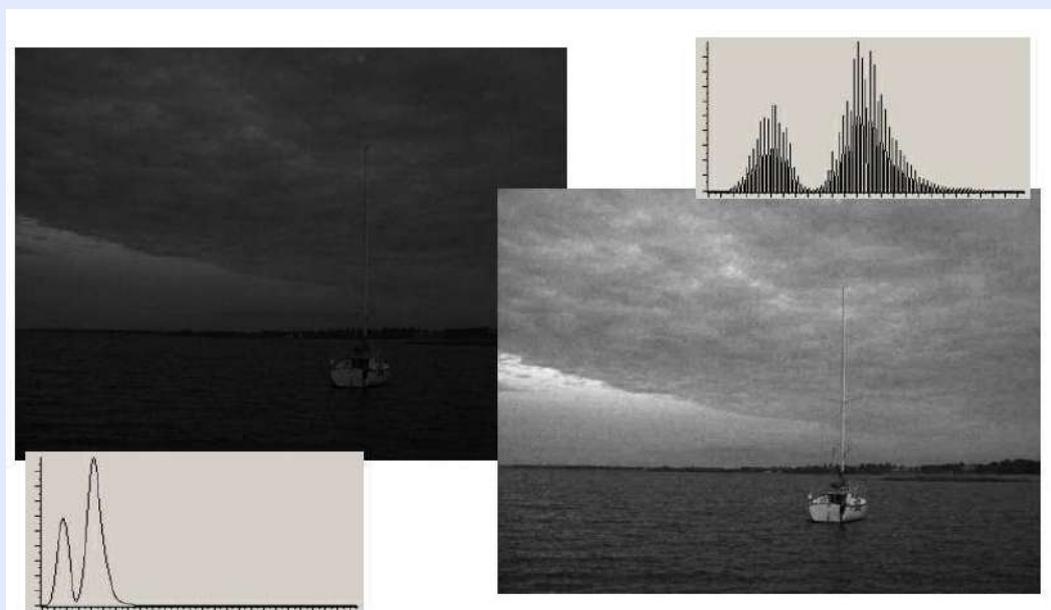
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Etirement : élimination des tons extrêmes



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 31 de 252

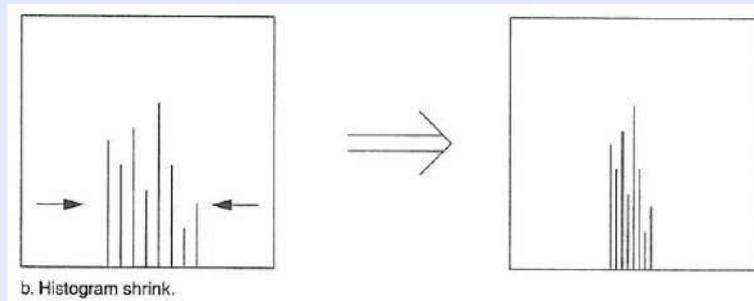
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

## Compression



### Formellement

$$g(x, y) = \frac{M - m}{Max[f(x, y)] - Min[f(x, y)]} (f(x, y) - Min[f(x, y)]) + m$$

$[m, M]$  intervalle de codage des niveaux de gris



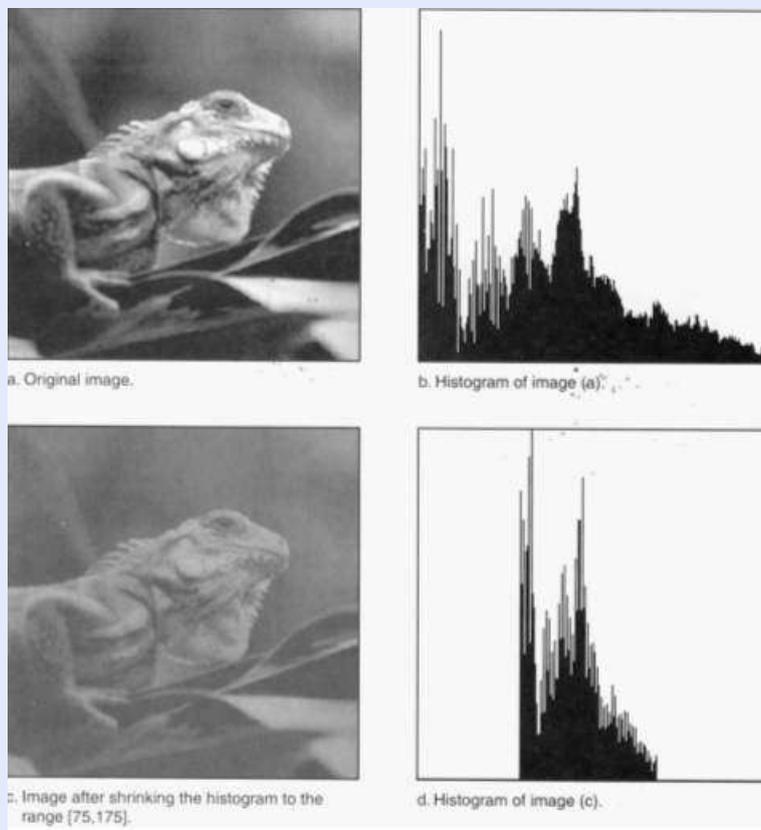
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

# Compression



Page d'accueil

Page de Titre



Page 33 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 34 de 252

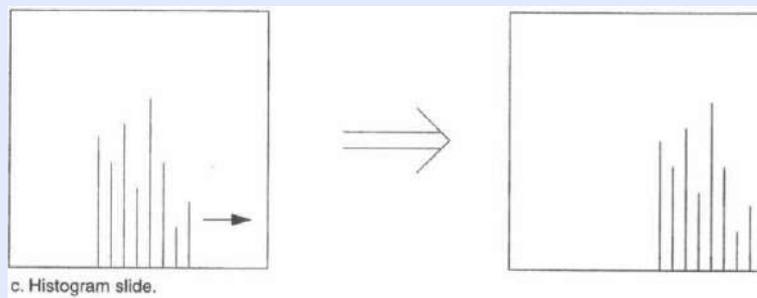
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

# Glissement



## Formellement

$$g(x, y) = f(x, y) + \text{compensation}$$



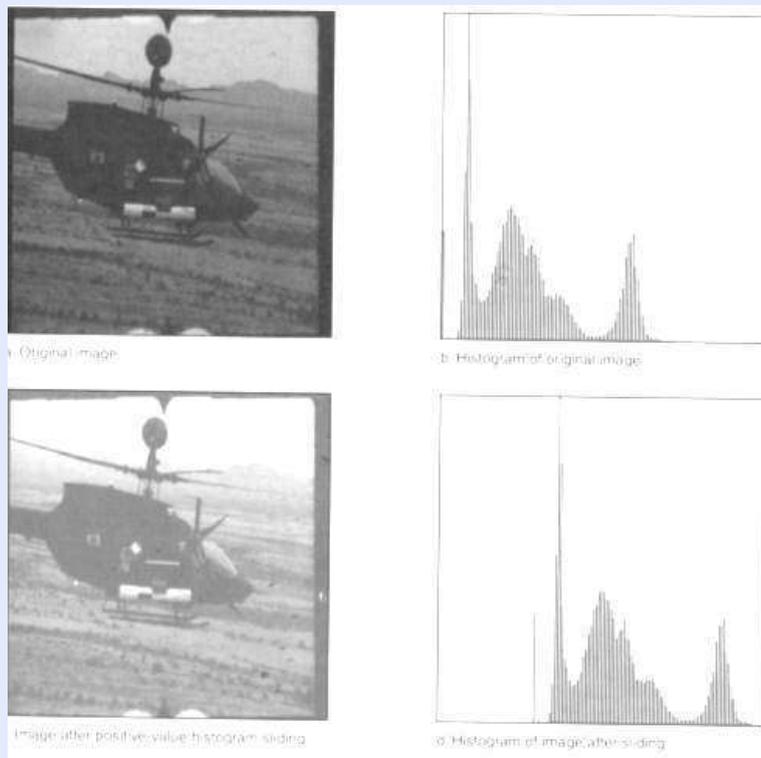
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

# Glissement



Page d'accueil

Page de Titre



Page 35 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)

[Page 36 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

## Egalisation d'histogramme

Consiste à rendre le plus plat possible, l'histogramme des niveaux de gris de l'image.

L'image est associée à une modélisation probabiliste dont l'histogramme représente la densité de probabilité de la variable niveau de gris.

Permet de renforcer le contraste sur des détails qui sont masqués par des variations d'intensité de plus grande amplitude et à plus grande échelle

$f(x, y)$  : ensemble de réalisations d'une variable aléatoire  $F$  admettant

- une densité de probabilité  $h$  non nulle sur  $]Minf(x, y), Maxf(x, y)[$
- une fonction de répartition  $H$  (histogramme normalisé cumulé)


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀◀](#)
[▶▶](#)
[◀](#)
[▶](#)

Page 37 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

## Egalisation d'histogramme

Problème : chercher  $T$  continue, dérivable au moins par morceaux et strictement croissante, telle que la variable aléatoire  $G=T(F)$  soit uniformément répartie dans l'intervalle  $[g_{min}, g_{max}]$ .

Soit  $g$  la densité de probabilité de  $G$  et  $T'$  la fonction dérivée de  $T$ .

$$g(r_g) = \frac{h(r)}{T'(r)} = \frac{1}{g_{max} - g_{min}}, g_{min} < r_g < g_{max}$$

avec  $r_g = T(r)$ ,  $r$  niveau de gris observé sur  $f$  et donc

$$T(r) = (g_{max} - g_{min})H(r) + g_{min}, Min f(x, y) < r < Max f(x, y)$$



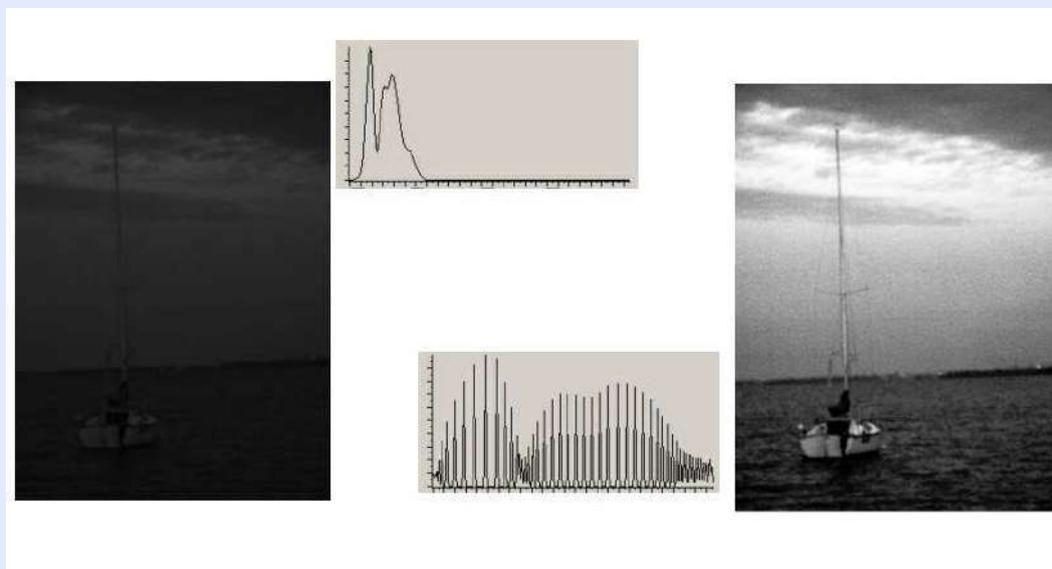
*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

## Egalisation d'histogramme



*Page d'accueil*

*Page de Titre*

◀ ▶

◀ ▶

Page 38 de 252

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)


Page 39 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

## Spécification d'histogramme

Rendre la distribution d'intensité de l'image voisine d'une distribution spécifiée à l'avance.

- Conservation des position et sens des transitions  
 $\Rightarrow$  transformation  $F \rightarrow G$  croissante.
- Distribution de référence = image ou région d'une image

 $R$ 

$$F \xrightarrow{T} C \xrightarrow{T_0^{-1}} G$$

où

- $T = HR^{-1} \circ H$ ,  $HR$  fonction de répartition de  $R$
- $T_0$  est la transformation d'égalisation de  $R$



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 40 de 252

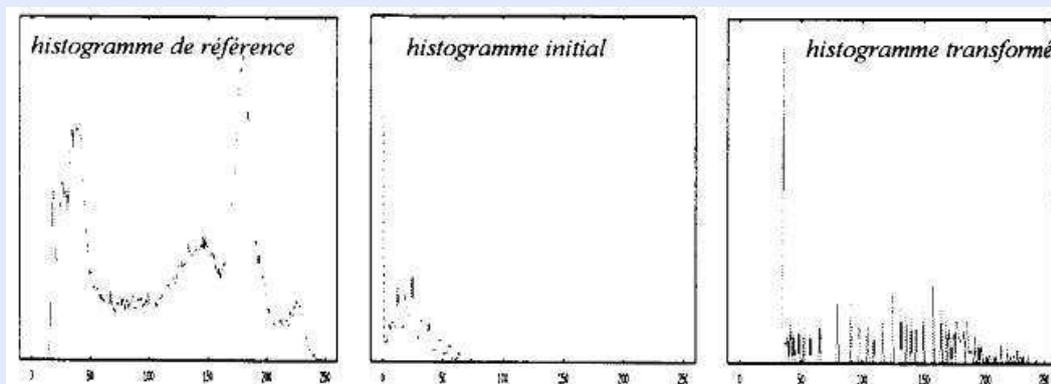
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

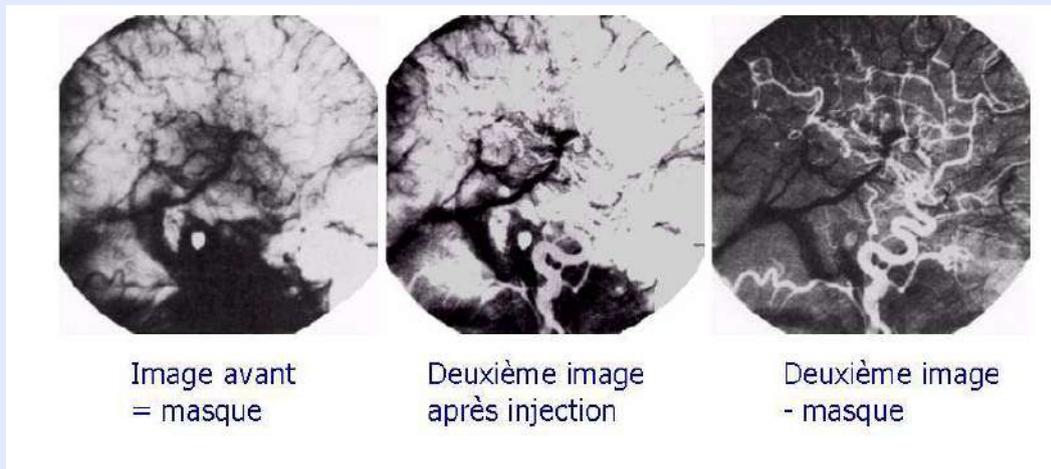
## Spécification d'histogramme



## 2.3 Opérations arithmétiques

- Opérations point à point
- les plus utilisées : combinaisons linéaires

**Soustraction**  $\Rightarrow$  : visualisation du changement (images superposables)





*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 42 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

Dans certains cas, l'opération arithmétique peut produire des valeurs non compatibles avec l'espace de représentation des niveaux de gris

- glissement
- étirement

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 43 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Moyenne d'un ensemble d'images

$N$  images  $g_i = f + n_i$

–  $n_i$  : bruit = phénomène aléatoire

–  $s$  : signal = phénomène reproductible

⇒ moyennage transitoire :

$$I = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (s + n_i) = s + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i$$

Si  $N$  "suffisamment" grand :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\bar{g}) &= f \\ \sigma_{\bar{g}}^2 &= \frac{1}{N} \sigma_n^2 \end{aligned}$$



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

# Moyenne d'un ensemble d'images

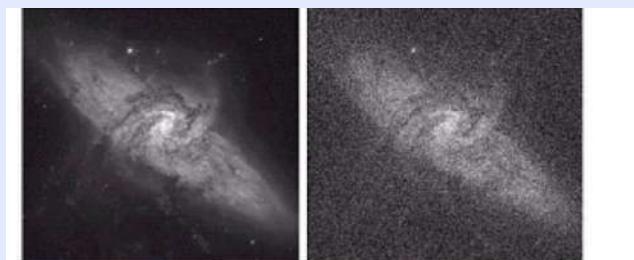
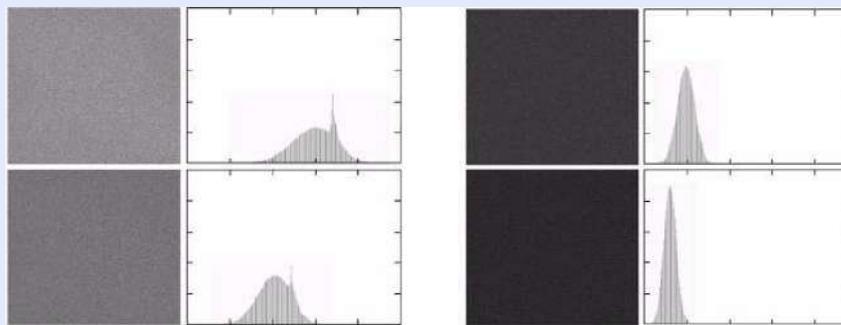


Image of Galaxy Pair NGC 3314.

Image corrupted by additive Gaussian noise with zero mean and a standard deviation of 64 gray levels.



Results of averaging  $K = 8, 16, 64,$  and  $128$  noisy images.



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 44 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 45 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## 2.4 Opérations logiques

- procédé point à point
- Opérateurs ET, OU, NON
- opérateurs fonctionnellement complets ( $\rightarrow \min, \max\dots$ )

Appliqués à des images en niveaux de gris, les opérations logiques s'effectuent sur des chaînes de bits.

$$a = 131 \rightarrow 10000011$$

$$\bar{a} \rightarrow 01111100 \rightarrow 124$$

$$124 + 131 = 255$$

$$a = 109 \rightarrow 01101101, b = 89 \rightarrow 01011001$$

$$a \& b \rightarrow 01001001 \rightarrow 73$$



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

## 2.5 Réhaussement de contraste

But des opérateurs précédents :

- réduire les fluctuations d'intensité à l'intérieur d'une même région
- ne pas perturber par élargissement, la zone de transition marquant la transition entre régions

Il arrive que la transition entre régions soit initialement floue

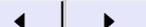
- bougé (objets et caméras mobiles)
- défocalisation
- diffraction
- volume partiel

⇒ Rehausser le contraste de l'image consiste à diminuer l'étendue de la zone de transition sans affecter l'intensité moyenne des régions situées de part et d'autre.

⇒ On limite ainsi le risque de fusion intempestive de régions distinctes lors de la phase de segmentation.

Page d'accueil

Page de Titre



Page 46 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 47 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## 2.5.1 Méthodes linéaires

$$g(x, y) = f(x, y) - \lambda \Delta f(x, y)$$

Cas d'un signal monodimensionnel continu décrivant un contour flou : après les changements d'origine et d'échelle adéquats, contour :  $f(x) = \arctan(x)$ .

Netteté du contour : pente à l'origine en  $x = 0$  :  $f'(0) = 1$ .  
La méthode de rehaussement consiste à calculer :

$$g(x) = f(x) - f''(x), \lambda > 0$$

La pente en  $x=0$  devient :

$$g'(0) = 1 + 2\lambda > f'(0)$$

⇒ La zone de transition a donc été resserrée.


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)


Page 48 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

Dans le cas d'images bruitées : amplification du bruit

modèle monodimensionnel de contour flou bruité

$$f(x) = c(x) + B(x) :$$

$B(x)$  : bruit centré stationnaire indépendant.

$$c(x) = \text{Arctan}(x)$$

Par filtrage :

$$g(x) = c(x) - \lambda c''(x) + B(x) - \lambda B''(x)$$

avec  $N(x) = B(x) - \lambda B''(x)$  centré, et donc :

$$\text{var}(g) = \text{var}(N) = \text{var}(B) + 2\text{var}(B'') - 2\text{cov}(B, B'')$$

⇒ La dérivation tend à amplifier les hautes fréquences (bruit) et ce phénomène est d'autant plus accentué que la valeur de  $\lambda$  est forte.



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



Page 49 de 252

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

## 2.5.2 Méthodes morphologiques

Les transformations morphologiques de rehaussement de contraste exploitent l'information de proximité relative de la fonction initiale avec sa dilatée et son érodée.

Effet recherché : affecter à un pixel la valeur, soit de l'image dilatée, soit de l'image érodée pour créer des discontinuités.


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)

Page 50 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

## Eléments de morphologie mathématique

$A, B$  : ensembles de  $\mathbb{Z}^2$ .

$a = (a_1, a_2) \in A, b = (b_1, b_2) \in B$

$A_x = \{c = a + x, a \in A\}$ , translation de  $A$  par  $x$

$\hat{B} = \{x = -b, b \in B\}$ , réflexion de  $B$

$A^c = \{x \notin A\}$ , complément de  $A$

$A - B = \{x, x \in A, x \notin B\}$ , différence ensembliste.

$A \oplus B = \{x, (\hat{B})_x \cap A \neq \emptyset\}$ , dilatation.

$A \ominus B = \{x, (B)_x \subseteq A\}$ , érosion.



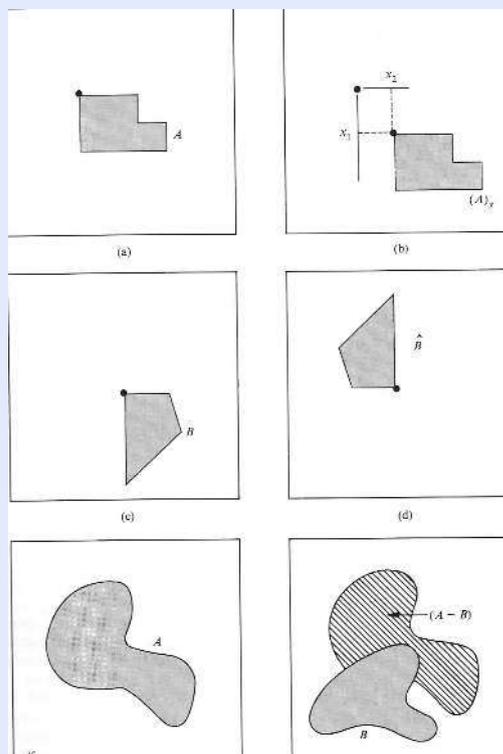
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

# Eléments de morphologie mathématique



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 51 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 52 de 252

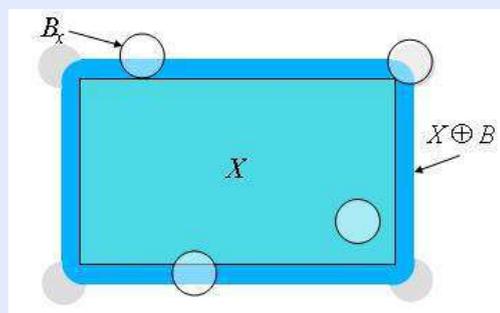
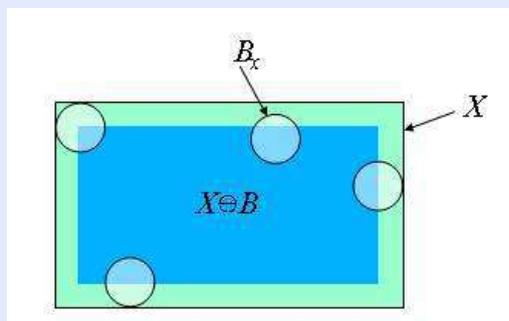
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

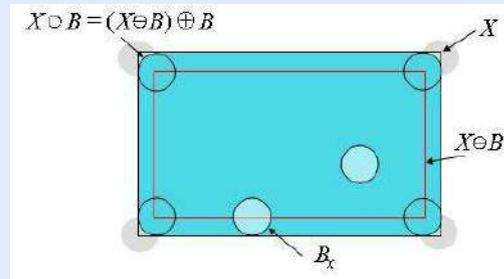
## Eléments de morphologie mathématique



## Eléments de morphologie mathématique

$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$ , ouverture de  $A$  par  $B$ .

$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$ , fermeture de  $A$  par  $B$ .



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 54 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

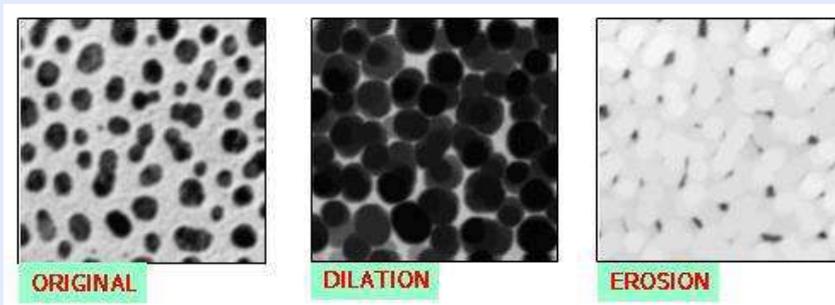
Et en niveaux de gris ...

$f$  : image.

$b(x, y)$ , élément structurant

$(f \oplus b)(s, t) = \max\{f(s - x, t - y) + b(x, y) / (s - x), (t - y) \in D_f, (x, y) \in D_b\}$ ,  
dilatation.

$(f \ominus b)(s, t) = \min\{f(s + x, t + y) - b(x, y) / (s + x), (t + y) \in D_f, (x, y) \in D_b\}$ ,  
érosion.





*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



Page 55 de 252

*Retour*

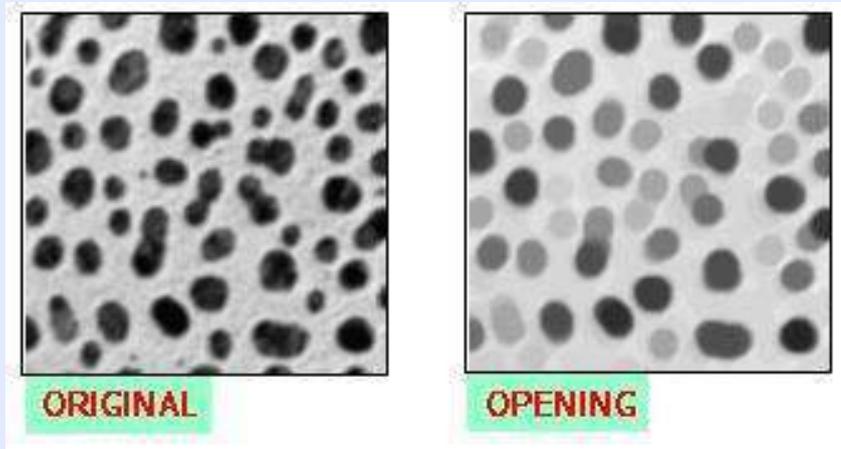
*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

Et en niveaux de gris ...

Mêmes opérations pour l'ouverture et la fermeture




[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)


Page 56 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

Revenons à nos moutons...

Réhaussement simple de Kramer et Bruckner.

pour tout pixel  $(x, y)$  :

$$M(x, y) = \frac{1}{2} [(f \ominus b)(x, y) + (f \oplus b)(x, y)]$$

- Si  $f(x, y) \leq M(x, y)$   $g(x, y) = (f \ominus b)(x, y)$
- Sinon  $g(x, y) = (f \oplus b)(x, y)$

De meilleurs résultats sont obtenus en combinant les sorties d'opérateurs de contraste associés à des éléments structuraux de différentes tailles :

$$g(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g_i(x, y)$$


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)

[Page 57 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

D'une façon générale, pour exploiter au mieux l'information *a priori* des images, on introduit le contraste simple généralisé défini pour deux éléments structurants  $b$  et  $b'$  tels que 0 appartienne aux supports des deux fonctions et des deux scalaires  $\alpha, \beta \in [0, 0.5]$ .

Si  $M(x, y) = (f \oplus b)(x, y) - (f \ominus b')(x, y)$ ,

$$g(x, y) = \begin{cases} (f \oplus b')(x, y) & \text{si } (f \oplus b)(x, y) - f(x, y) \leq \alpha M(x, y) \\ (f \ominus b')(x, y) & \text{si } f(x, y) - (f \oplus b)(x, y) \leq \beta M(x, y) \\ f(x, y) & \text{sinon} \end{cases}$$

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 58 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

Le choix d'une méthode de rehaussement de contraste dépend des informations *a priori* disponibles.

- Les méthodes de type laplacien ont l'avantage d'être simples. Elles sont néanmoins sensibles au bruit d'image. De plus, des dépassements peuvent se produire si le phénomène de dégradation n'est pas stationnaire sur toute l'image.
- Les autres méthodes présentées ici sont plus complexes à mettre en oeuvre, par leur non linéarité ou par la difficulté du choix d'un jeu de paramètres adaptés. Elles permettent toutefois d'obtenir des résultats sensiblement meilleurs.

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

## 2.6 Réduction de bruit

Les régions formant l'image sont caractérisées par leur intensité moyenne. Les fluctuations autour de cette intensité moyenne proviennent

- du dispositif d'acquisition (caméra, amplificateur, quantification...)

- de la scène elle-même (poussières, rayures...)

⇒ Perturbations affectant la qualité des traitements = bruit.

Echelle spatiale des fluctuations relativement faible par rapport aux dimensions des régions ⇒ haute fréquence.

Dans la plupart des cas, le bruit d'image est considéré comme étant aléatoire, centré et additif.

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 59 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 60 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

Le prétraitement se ramène alors à un problème de traitement du signal : retrouver par filtrage les niveaux d'intensité nominaux de chacune des régions.

### Objectifs

- réduire l'amplitude des variations d'intensité dans chacune des régions
- conserver les transitions entre régions adjacentes



[Introduction](#)

[Prétraitements](#)

[Segmentation](#)

[Quantification](#)

[Page d'accueil](#)

[Page de Titre](#)



Page 61 de 252

[Retour](#)

[Plein écran](#)

[Fermer](#)

[Quitter](#)

Bruit d'image  $\approx$  champ aléatoire.

Caractérisation au premier ordre : densité de probabilité ou fonction de répartition.

## Modèles de bruit

f : image, g : information utile ; B : champ aléatoire.

– bruit additif.

$$f = g + B$$

– bruit multiplicatif :

$$f = g \cdot B$$

– bruit convolutif :

$$f = g * B$$



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



Page 62 de 252

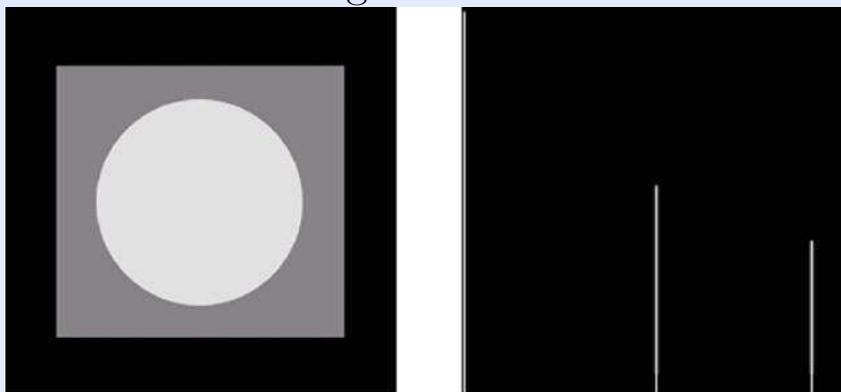
*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

Image sans bruit





Introduction

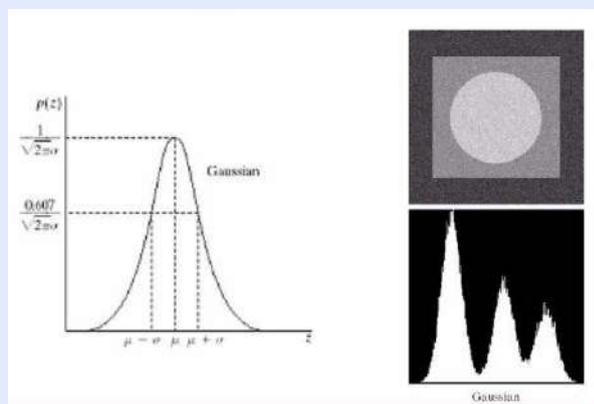
Prétraitements

Segmentation

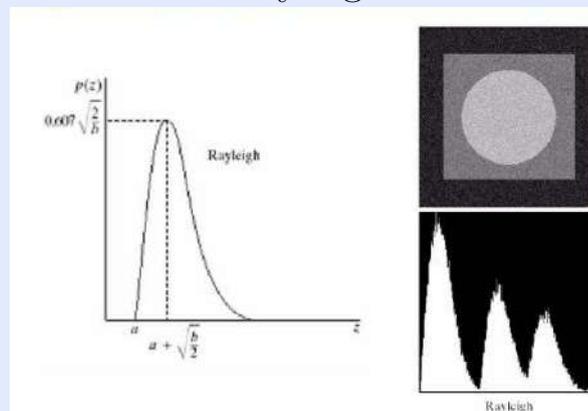
Quantification

# Fonction de densité de probabilité du bruit

## Gaussien



## Rayleigh



Page d'accueil

Page de Titre



Page 63 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



Introduction

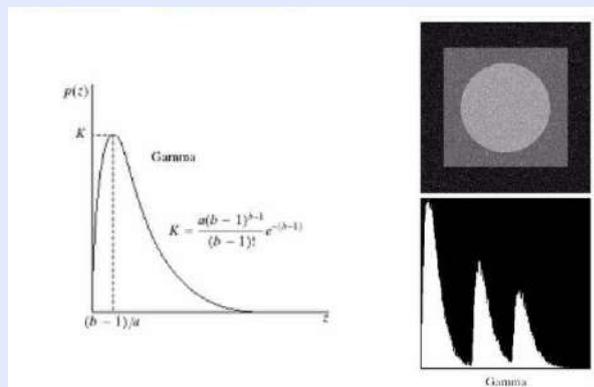
Prétraitements

Segmentation

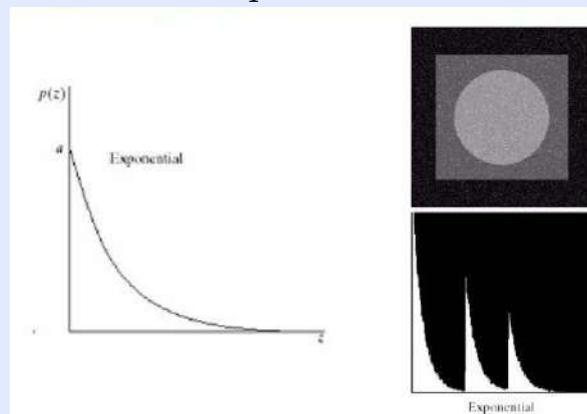
Quantification

# Fonction de densité de probabilité du bruit

## Erlang



## Exponentiel



Page d'accueil

Page de Titre



Page 64 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



Introduction

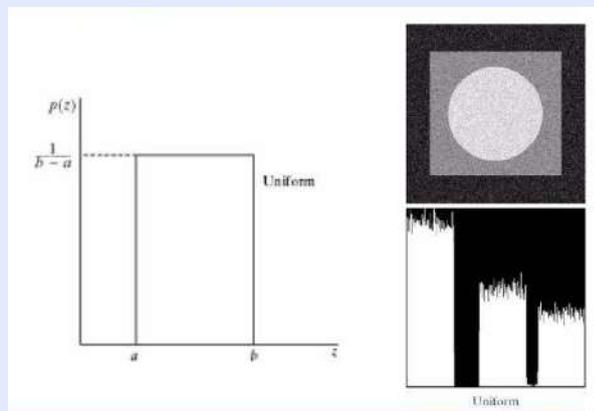
Prétraitements

Segmentation

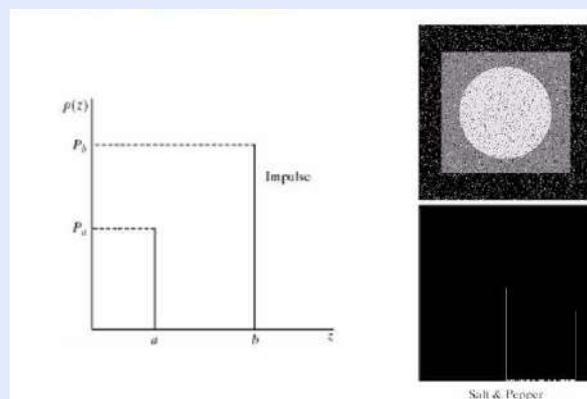
Quantification

# Fonction de densité de probabilité du bruit

## Uniforme



## Sel et poivre



Page d'accueil

Page de Titre



Page 65 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

Peut-on utiliser un filtre gaussien pour corriger un bruit gaussien ?

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

⇒ estimation de  $\mu$  et  $\sigma$ .

Ici, on envisage la réduction de bruit comme l'application d'un filtre, qui doit être choisi pour être le plus efficace possible, en fonction du bruit observé.

- filtrage dans le domaine spatial
- filtrage dans le domaine fréquentiel

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 66 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

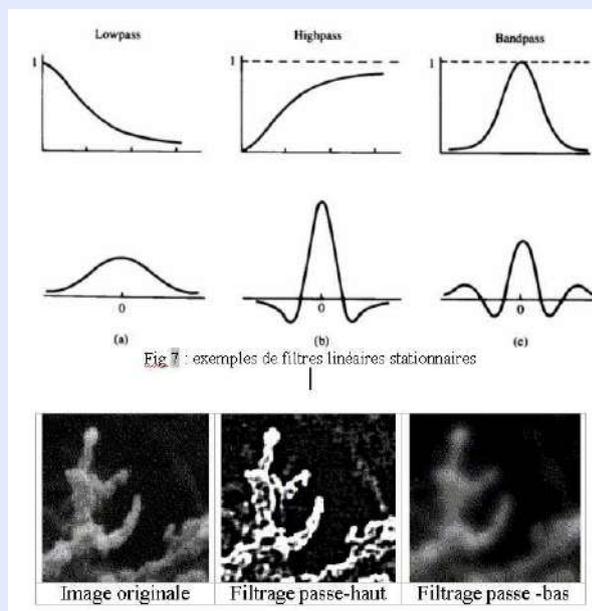
Caractérisation spatiale : **réponse impulsionnelle**

Caractérisation spectrale : **fonction de transfert.**

**Passe-bas** : atténuation des hautes fréquences  $\Rightarrow$  **lissage**

**Passe-haut** : atténuation des basses fréquences  $\Rightarrow$  **renforcement des contours.**

**Passe-bande** : atténuation des composantes de fréquences intermédiaires  $\Rightarrow$  **restauration.**



Page d'accueil

Page de Titre



Page 67 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

## 2.6.1 Domaine spatial

$f(x,y)$  : image d'entrée

$g(x,y)$  : image de sortie du filtre linéaire

$h(x,y)$  : réponse impulsionnelle du filtre.

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) = \int \int f(\alpha, \beta) h(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta$$

$$g(x, y) = \sum_m \sum_n h[x - m, y - n] A[m, n]$$

Réalisation pratique : application d'un masque de convolution.

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 68 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



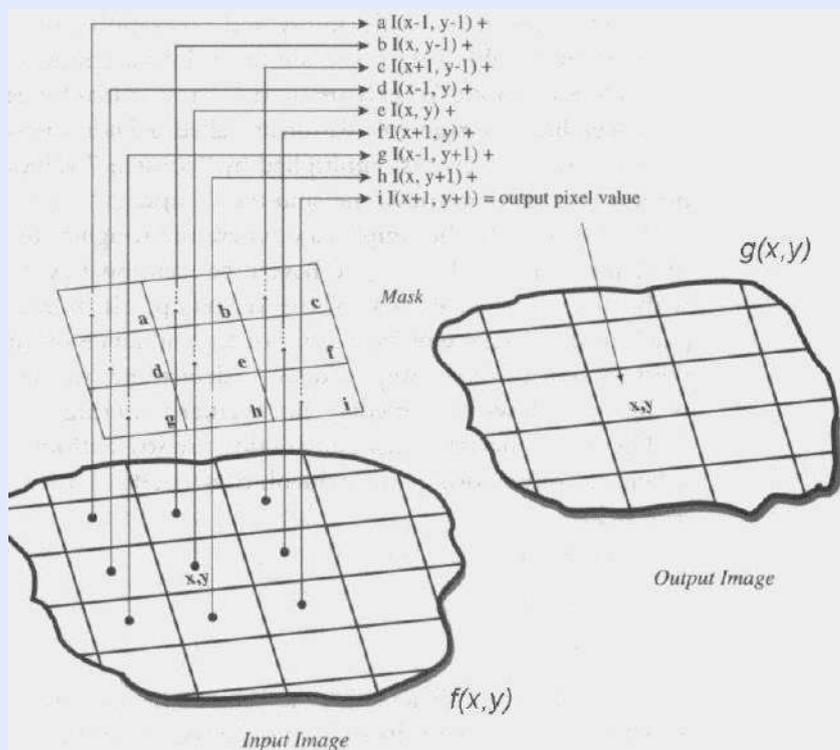
Page 69 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter





*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 70 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

## Filtres de lissage

- filtre moyenneur
- réduit le bruit
- réduit les faibles détails
- créé du flou


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)

Dans le cas d'un masque  $3 \times 3$  :

–  $h(x, y) = \frac{1}{9}$  : moyenne standard

–

–  $h(1, 1) = h(3, 1) = h(1, 3) = h(3, 3) = \frac{1}{16}$

$h(2, 1) = h(2, 3) = h(1, 2) = h(3, 2) = \frac{1}{8}$

$h(2, 2) = \frac{1}{4}$  : moyenne pondérée

$\frac{1}{9} \times$	1	1	1	$\times$	$\frac{1}{16} \times$	1	2	1
	1	1	1			2	4	2
	1	1	1			1	2	1

[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)

Page 71 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

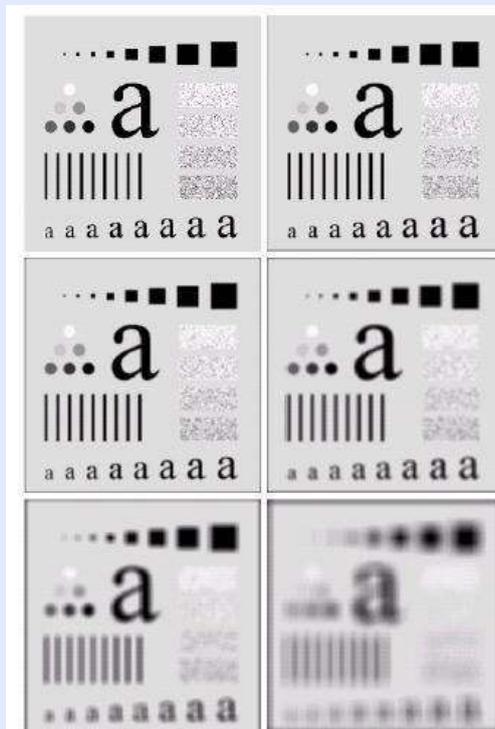
Page 72 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



a b  
c d  
e f

**FIGURE 3.35** (a) Original image, of size  $500 \times 500$  pixels. (b)–(f) Results of smoothing with square averaging filter masks of sizes  $n = 3, 5, 9, 15,$  and  $35$ , respectively. The black squares at the top are of sizes 3, 5, 9, 15, 25, 35, 45, and 55 pixels, respectively; their borders are 25 pixels apart. The letters at the bottom range in size from 10 to 24 points, in increments of 2 points; the large letter at the top is 60 points. The vertical bars are 5 pixels wide and 100 pixels high; their separation is 20 pixels. The diameter of the circles is 25 pixels, and their borders are 15 pixels apart; their gray levels range from 0% to 100% black in increments of 20%. The background of the image is 10% black. The noisy rectangles are of size  $50 \times 120$  pixels.



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 73 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

$1/9^*$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

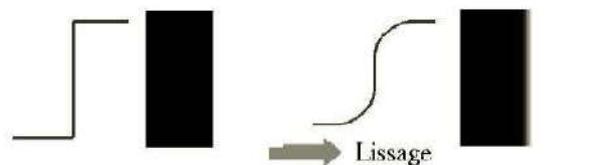
Filtre 3x3

$1/25^*$

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Filtre 5x5

Exemple



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 74 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

Exemple

$g=U+B$ ,  $U$  échelon vertical,  $B$  bruit blanc stationnaire centré de densité spectrale  $N_0^2$

$$U(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} g(x, y) &= h * f(x, y) \\ &= h * U(x, y) + h * B(x, y) \\ &= D(x, y) + N(x, y) \end{aligned}$$

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 75 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

$N(x,y)$  : perturbation aléatoire dont on veut minimiser la variance.

$$\mathbb{E}(g(x, y)) = D(x, y)$$

$D(x,y)$  : composante déterministe que l'on veut proche de l'échelon initial  $U(x,y)$ .

On choisit  $h$  telle que :

$$\iint h(x, y) dx dy = 1$$

$$Var(N) = N_0^2 \iint h^2(x, y) dx dy$$


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)


Page 76 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

Filtre moyenneur :

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{t^2} & (x, y) \in \left[-\frac{t}{2}, \frac{t}{2}\right] \times \left[-\frac{t}{2}, \frac{t}{2}\right] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{var}(N) = \frac{N_0^2}{t^2}$$

$$D(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -\frac{t}{2} \\ 1 & \text{si } x \geq \frac{t}{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{x}{t} & \text{sinon} \end{cases}$$



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 77 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

Filtre gaussien :

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}, \text{Var}(N) = \frac{N_0^2}{4\pi\sigma^2}, D(x, y) = \text{erf}\left(\frac{x}{\sigma}\right)$$

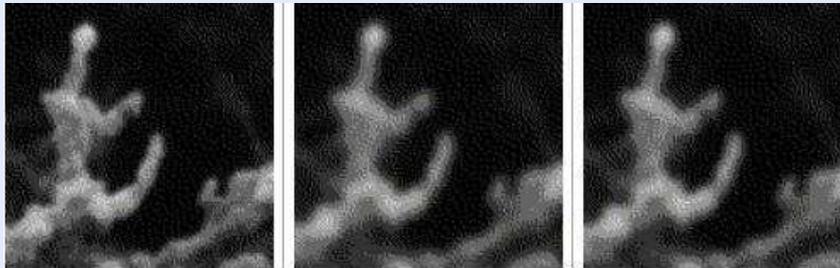


Image originale

Filtre moyenneur

Filtre gaussien

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 78 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

Filtre exponentiel :

$$h(x, y) = \frac{\beta^2}{4} e^{-\beta(\mathbf{x}+\mathbf{y})}, \text{Var}(N) = \frac{\beta^2 N_0^2}{16}$$

$$D(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{\beta x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - \frac{1}{2} e^{-\beta x} & \text{sinon} \end{cases}$$


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)

[Page 79 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

Volume important des données  $\Rightarrow$  on cherche à implanter les opérateurs de manière peu coûteuse en temps de calcul et taille mémoire et si possible de façon parallélisable.

Pour un filtre  $(2M + 1) \times (2N + 1)$  :

$$g(x, y) = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-N}^N h(i, j) f(x - i, y - j)$$

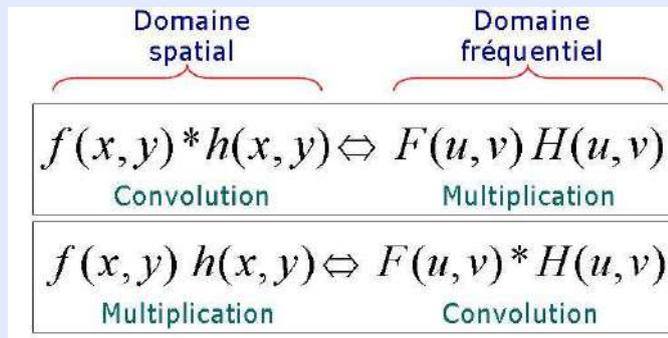
$\Rightarrow$  Pour chaque pixel de  $g$  :  $(2M + 1)(2N + 1)$  opérations.  
Si :  $h(i, j) = h_1(i)h_2(j)$ ,

$$g(x, y) = \sum_{i=-M}^M h_1(i) \sum_{j=-N}^N h_2(j) f(x - i, y - j)$$

$\Rightarrow g$  s'obtient par filtrage linéaire selon  $h_2$ , puis filtrage linéaire selon  $h_1 \Rightarrow$  **Filtrage séparable**.


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)

Correspondance entre filtrage spatial et filtrage fréquentiel : théorème de convolution.



⇒ Connaissant une fonction filtre dans le domaine fréquentiel, on peut obtenir un filtre correspondant dans le domaine spatial en calculant la transformée de Fourier inverse de cette fonction filtre. Et réciproquement.

[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)
[Page 80 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 81 de 252

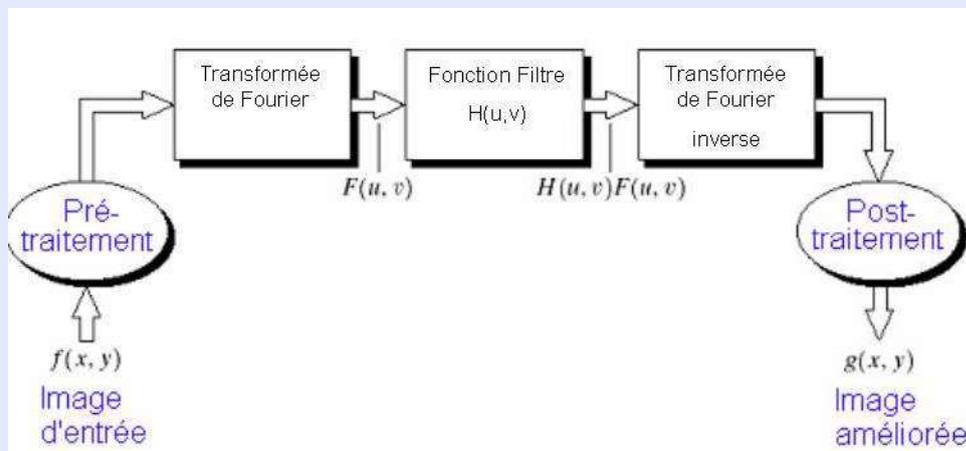
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

## 2.6.2 Domaine fréquentiel



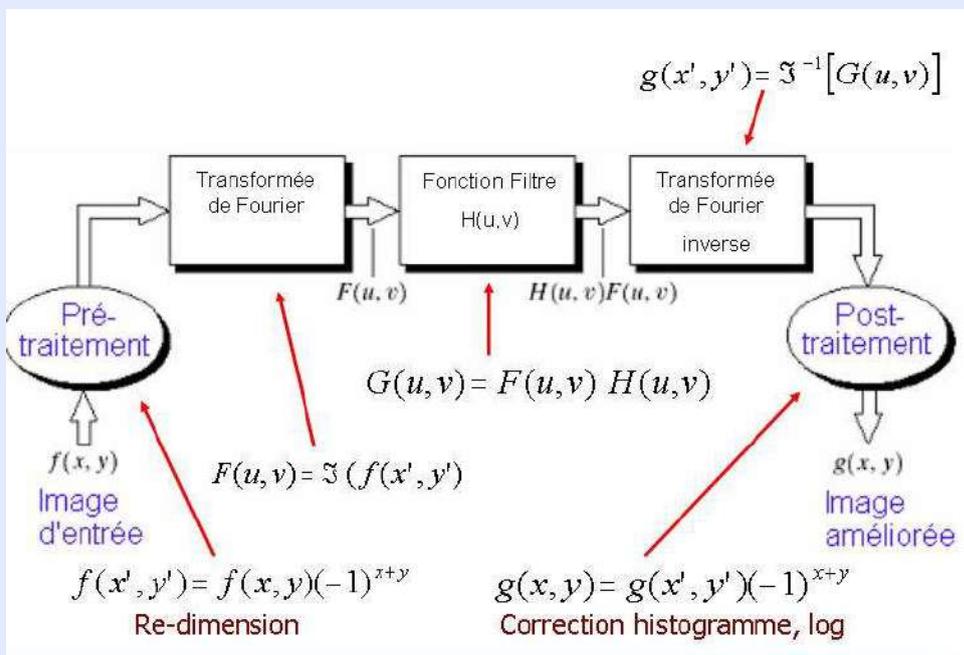


Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 82 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 83 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

La recette :

- multiplier  $f(x, y)$  par  $(-1)^{x+y}$
- calculer la transformée de Fourier de  $f \Rightarrow F(u, v)$
- multiplier  $F(u, v)$  par un filtre
- calculer la transformée de Fourier inverse du résultat
- extraire la partie réelle
- multiplier cette partie réelle par  $(-1)^{x+y}$
- admirer le résultat

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 84 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Rappels : la transformée de Fourier

Série de Fourier : toute fonction  $f$  périodique peut être représentée par la sommation de fonctions sinus et cosinus de fréquences diverses, chacune multipliée par un coefficient différent

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$$

En imagerie : pas de fonction périodique, mais fonctions finies, donc d'aires finies

⇒ Transformée de Fourier : toute fonction, même non-périodique, mais dont l'aire sous la courbe est finie, peut être représentée par l'intégrale de fonctions sinus et cosinus, chacune multipliée par un coefficient différent


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)

[Page 85 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

## Rappels : la transformée de Fourier

Transformée de Fourier 1D :

$$F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-2j\pi ux} dx$$

Transformée de Fourier inverse 1D :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u)e^{2j\pi ux} du$$

Versions discrètes :

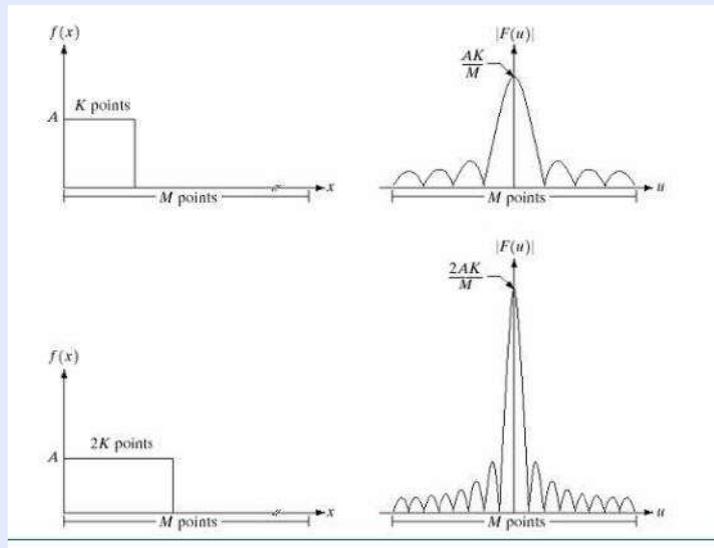
$$F(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x)e^{-2j\pi \frac{ux}{M}} \quad u \in \{0 \cdots M-1\}$$

$$f(x) = \frac{1}{M} \sum_{u=0}^{M-1} F(u)e^{2j\pi \frac{ux}{M}} \quad x \in \{0 \cdots M-1\}$$

## Rappels : la transformée de Fourier

L'analyse de la transformée  $F(u)$  est souvent réalisée en polaires :

- $F(u) = \sqrt{R^2(u) + I^2(u)}$  : magnitude ou spectre
- $\Phi(u) = \text{Atan} \left[ \frac{I(u)}{R(u)} \right]$  : phase





## Rappels : la transformée de Fourier

Transformée de Fourier 2D :

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-2j\pi(ux+vy)} dx dy$$

Transformée de Fourier inverse 2D :

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) e^{2j\pi(ux+vy)} du dv$$

Versions discrètes :

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-2j\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}$$

$$u \in \{0 \cdots M-1\}, v \in \{0 \cdots N-1\}$$

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{2j\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}$$

$$x \in \{0 \cdots M-1\}, y \in \{0 \cdots N-1\}$$

Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 87 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

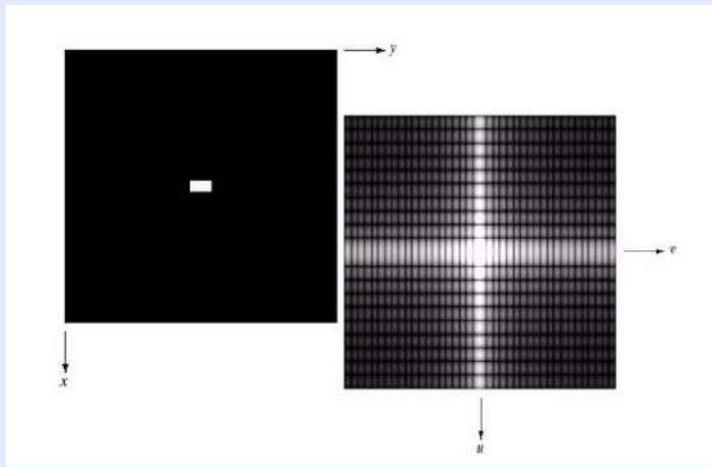
Quitter

## Rappels : la transformée de Fourier

En général, on multiplie la fonction d'entrée par  $(-1)^{x+y}$  pour centrer la fonction transformée.

Selon les propriétés des exposants :

$$TF [(-1)^{x+y} f(x, y)] = F(u - \frac{M}{2}, v - \frac{N}{2})$$



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 89 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Rappels : la transformée de Fourier

Echantillonnage dans le domaine spatial et dans le domaine fréquentiel :

$$\Delta u = \frac{1}{M\Delta x}, \quad \Delta v = \frac{1}{N\Delta y}$$

Interprétation intuitive du spectre

- Chaque terme de  $F(u, v)$  est fonction de TOUTES les valeurs de  $f(x, y)$  pondérées par l'exposant
- Impossible de faire une relation entre les éléments de chaque fonction
- Les fréquences décrites par le spectre de la transformée de Fourier sont reliées directement aux taux de changements de niveaux de gris dans l'image
- La valeur de  $F(0, 0)$  est la moyenne, à une fréquence nulle
- Plus on s'éloigne du centre, plus la fréquence augmente



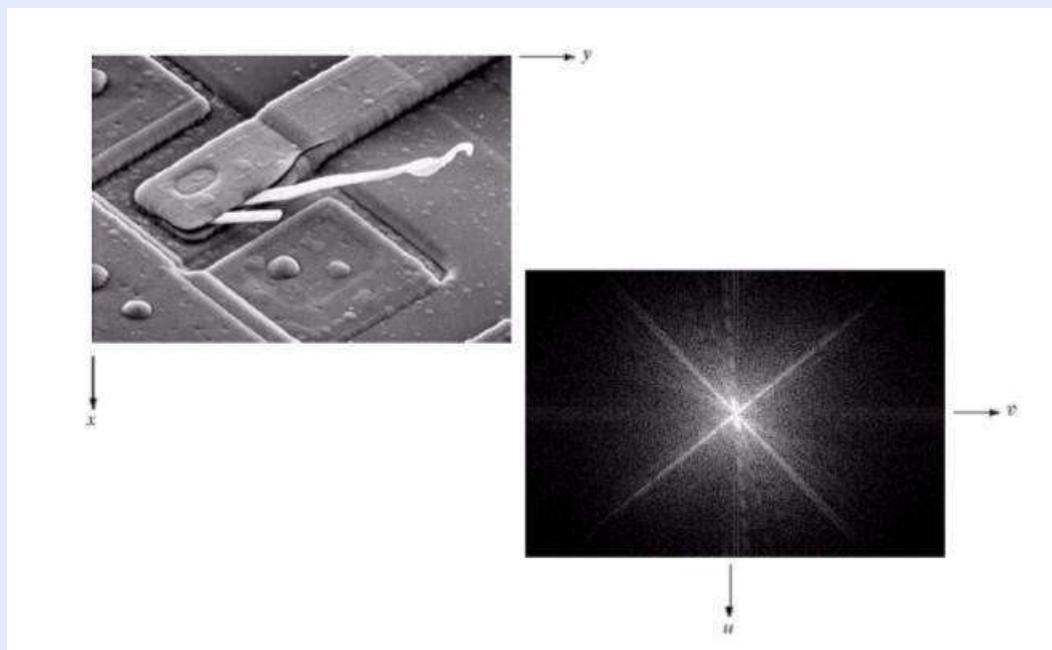
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Rappels : la transformée de Fourier



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 90 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



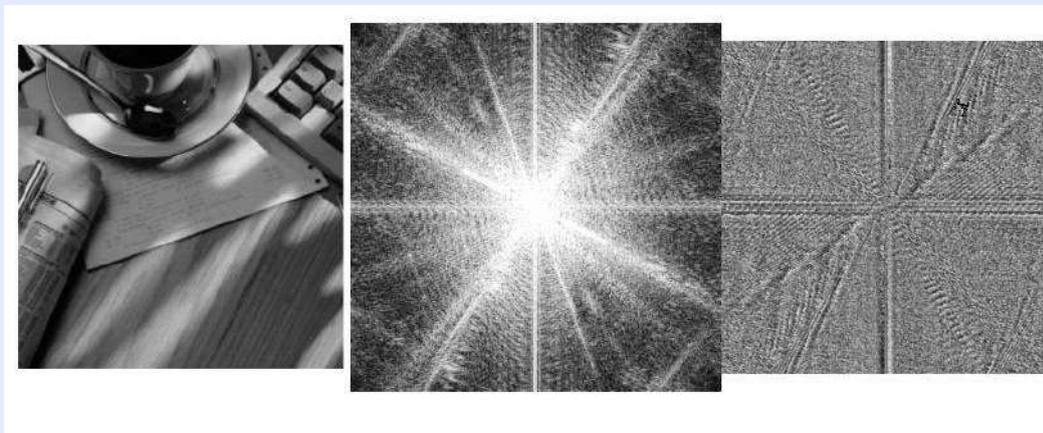
*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

## Rappels : la transformée de Fourier



*Page d'accueil*

*Page de Titre*

◀ ▶

◀ ▶

Page 91 de 252

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*

◀ ▶

◀ ▶

Page 92 de 252

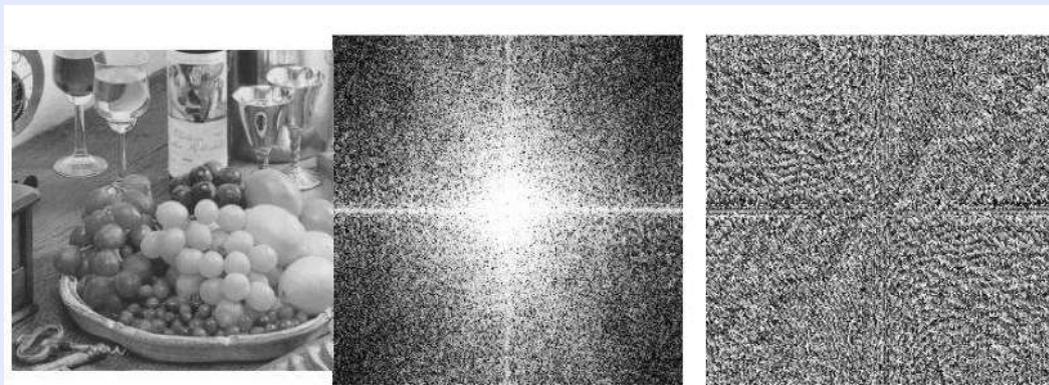
*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

## Rappels : la transformée de Fourier





*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 93 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

Revenons à nos moutons...

Suivant le type de filtre utilisé, on aboutit à différents résultats :

- coupe bande : élimination ponctuelle
- passe-bas
- passe-haut

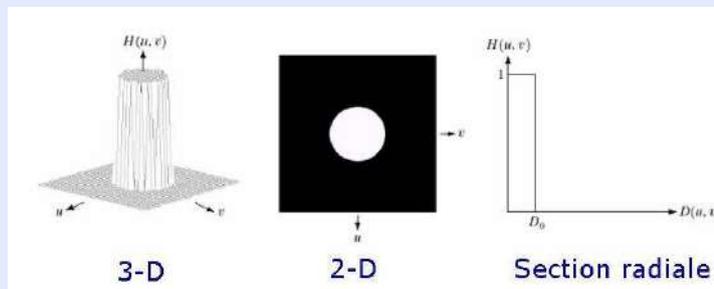
On s'intéresse ici aux deuxième type.

## filtre passe-bas idéal

- Coupe toutes les hautes fréquences après une distance  $D_0$  du centre

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{avec } D(u, v) = \sqrt{\left[ \left( u - \frac{M}{2} \right)^2 + \left( v - \frac{N}{2} \right)^2 \right]}$$





*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*

◀ ▶

◀ ▶

Page 95 de 252

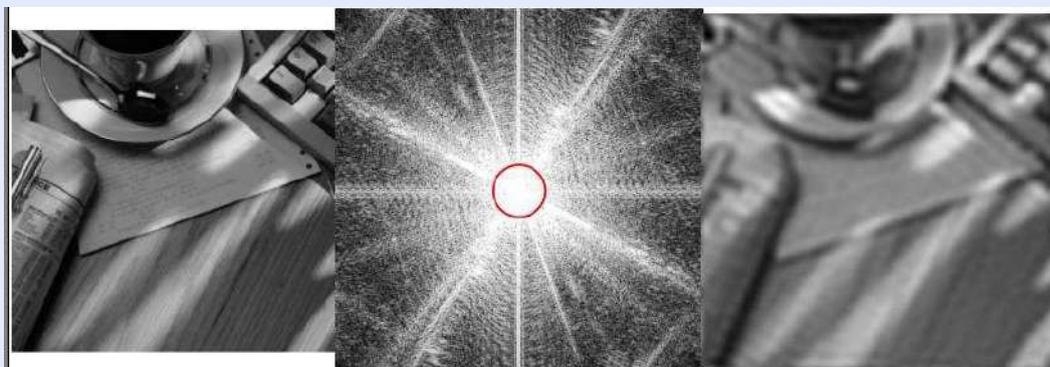
*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

## filtre passe-bas idéal



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 96 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## filtre passe-bas idéal 1 ou 1/2

- Coupe 1/2 hautes fréquences après une distance  $D_0$  du centre

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(u, v) \leq D_0 \\ \frac{1}{2} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{avec } D(u, v) = \sqrt{\left[ \left( u - \frac{M}{2} \right)^2 + \left( v - \frac{N}{2} \right)^2 \right]}$$



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



Page 97 de 252

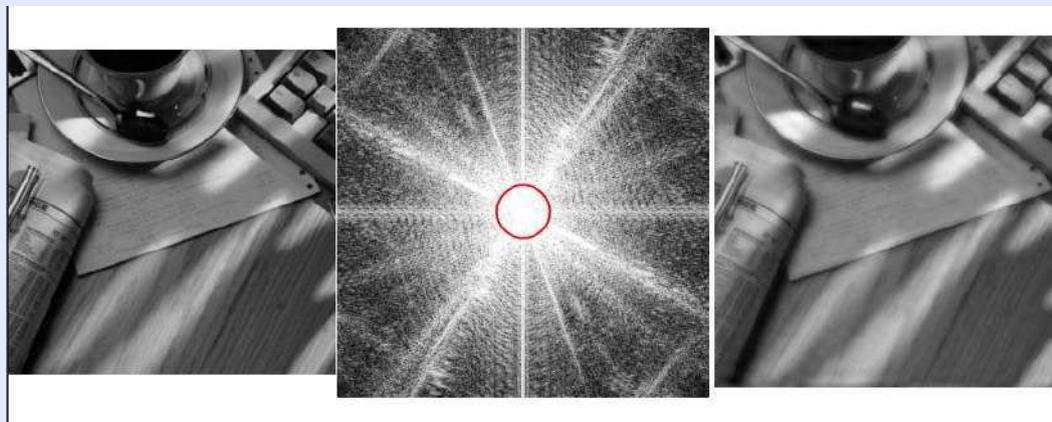
*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

## filtre passe-bas idéal 1 ou 1/2





- Introduction
- Prétraitements**
- Segmentation
- Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 98 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

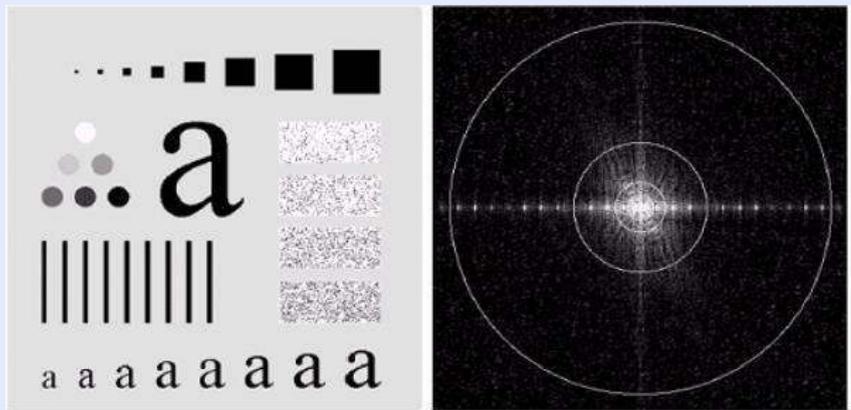
Quitter

## Effet de la fréquence de coupure $D_0$

Évalué en fonction de l'énergie comprise dans le cercle de

rayon  $D_0$   $P(u, v) = \mathbf{F(u,v)}^2, \quad P_T = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} P(u, v)$

$$\% \text{ puissance} = 100 \sum_u \sum_v \frac{P(u, v)}{P_T} \quad (u, v) \in \text{cercle}$$



**FIGURE 4.11** (a) An image of size  $500 \times 500$  pixels and (b) its Fourier spectrum. The superimposed circles have radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, which enclose 92.0, 94.6, 96.4, 98.0, and 99.5% of the image power, respectively.



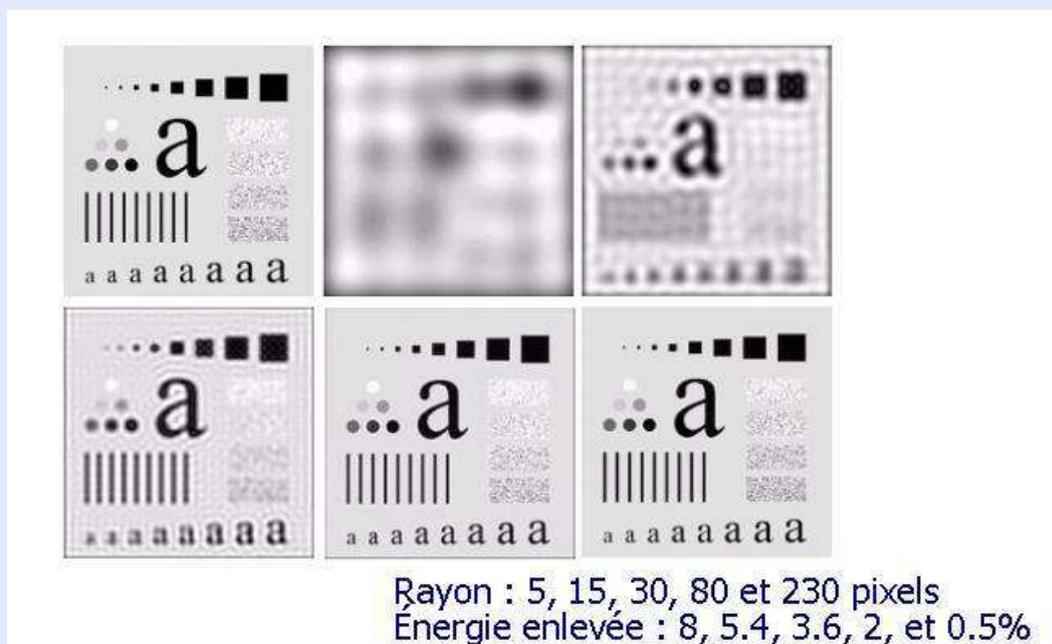
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Effet de la fréquence de coupure $D_0$



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 99 de 252

Retour

Plein écran

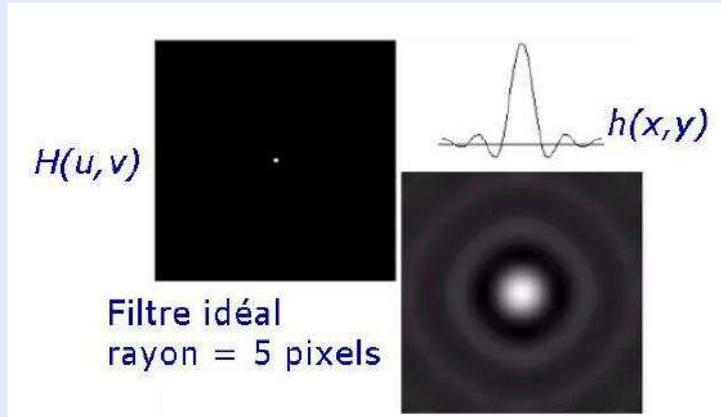
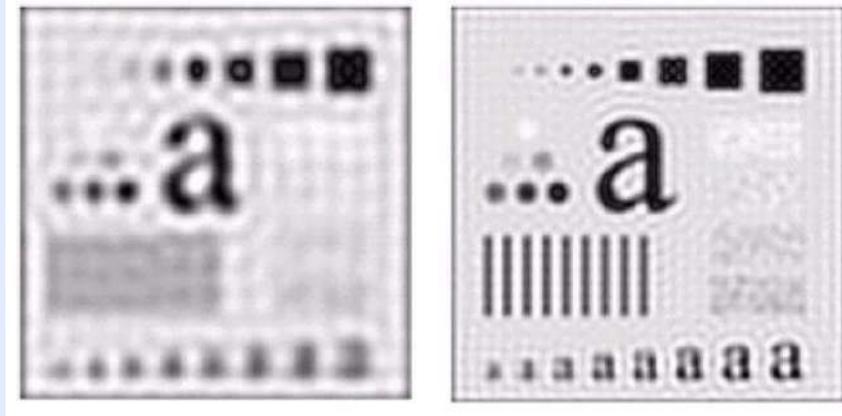
Fermer

Quitter



# Effet de la fréquence de coupure $D_0$

## Phénomène de réverbération



- Introduction
- Prétraitements
- Segmentation
- Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 100 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

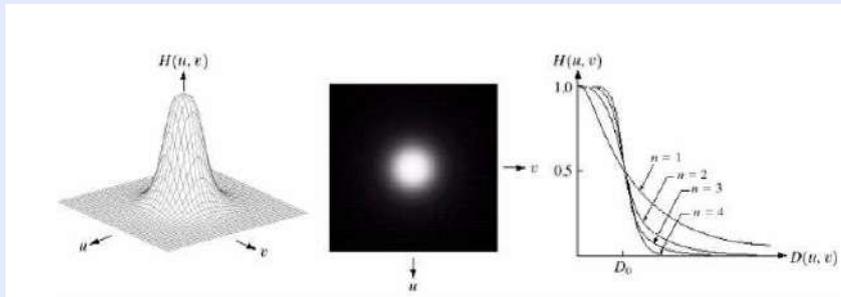
## Filtre Butterworth passe-bas

Coupe graduellement les hautes fréquences selon  $D_0$  et  $n$

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[ \frac{D(u, v)}{D_0} \right]^{2n}}$$

avec

$$D(u, v) = \sqrt{\left[ \left( u - \frac{M}{2} \right)^2 + \left( v - \frac{N}{2} \right)^2 \right]}$$



$D_0$  est choisie pour  $H(u, v) = 0.5$

Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 101 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



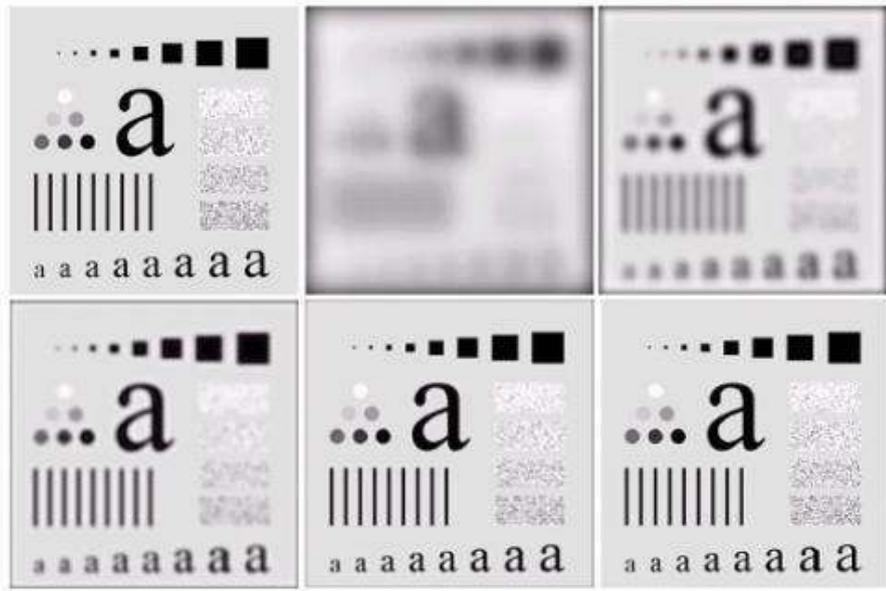
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

# Filtre Butterworth passe-bas



Rayon : 5, 15, 30, 80 et 230 pixels,  $n = 2$

Page d'accueil

Page de Titre



Page 102 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



Introduction

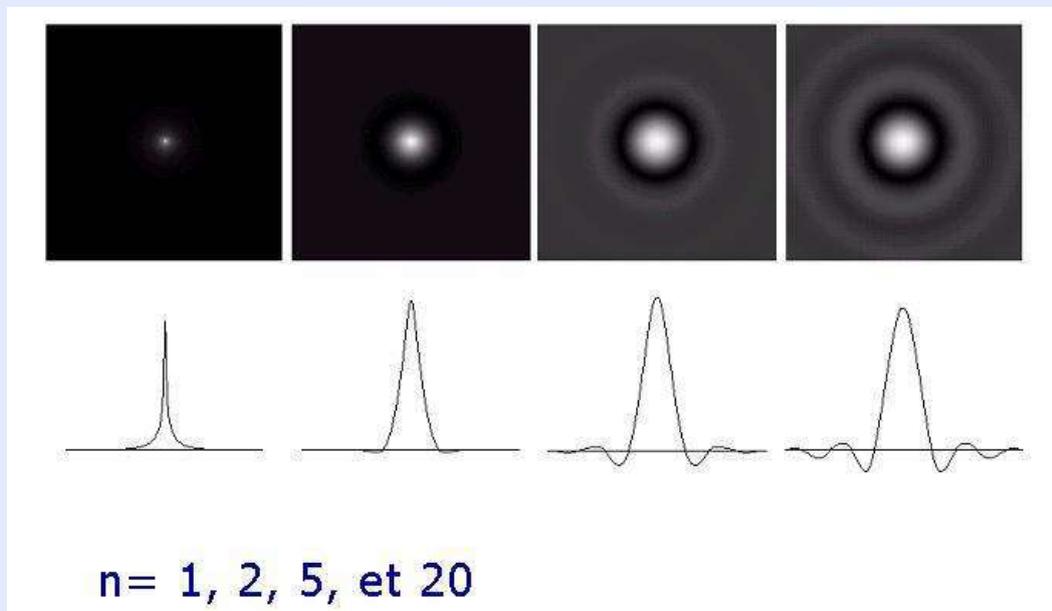
Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Filtre Butterworth passe-bas

Phénomène de réverbération



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 103 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

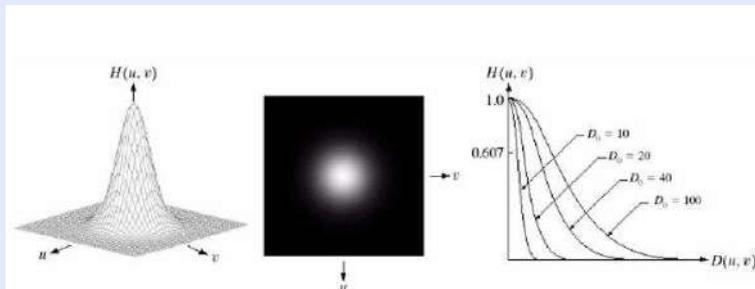
Quitter

## Filtre Gaussien passe-bas

Coupe graduellement les hautes fréquences selon  $\sigma$

$$H(u, v) = e^{-\frac{D^2(u, v)}{2\sigma^2}}$$

$$\sigma = D_0$$



$$D(u, v) = D_0 \text{ quand } H(u, v) = 0.607$$



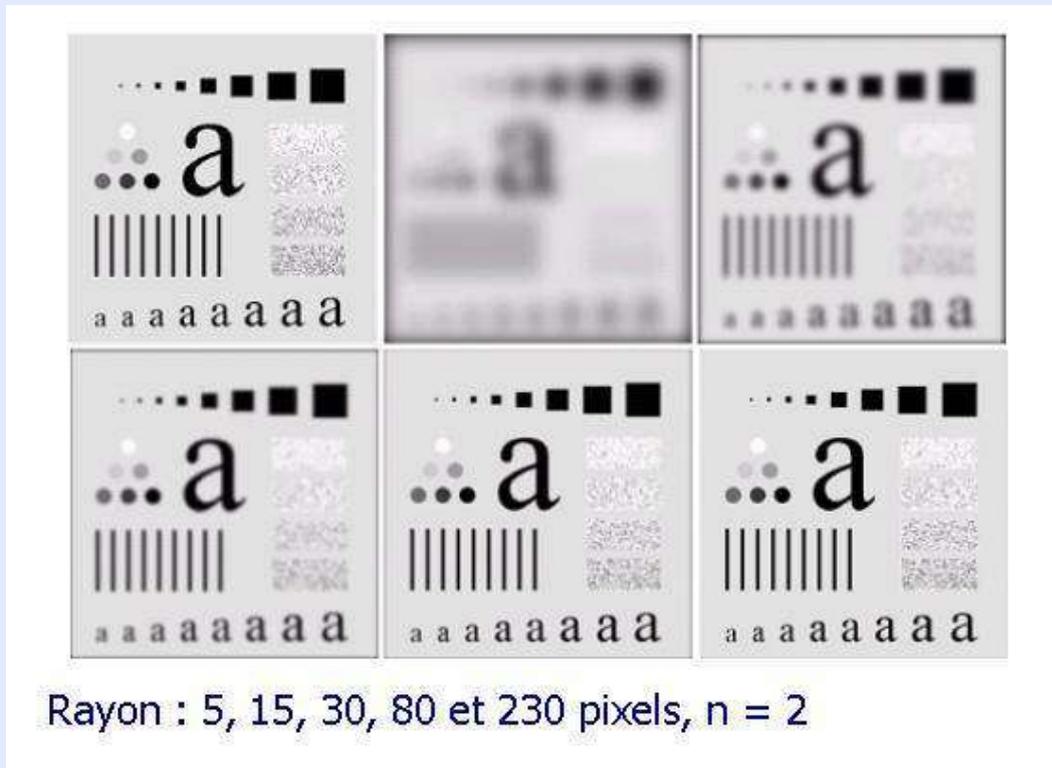
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Filtre Gaussien passe-bas



Page d'accueil

Page de Titre



Page 105 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 106 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

## Filtre Gaussien passe-bas

- Pas de phénomène de réverbération
- Moins agressif que le filtre idéal ou le filtre Butterworth
- Moins de contrôle sur la sélection précise de  $D_0$



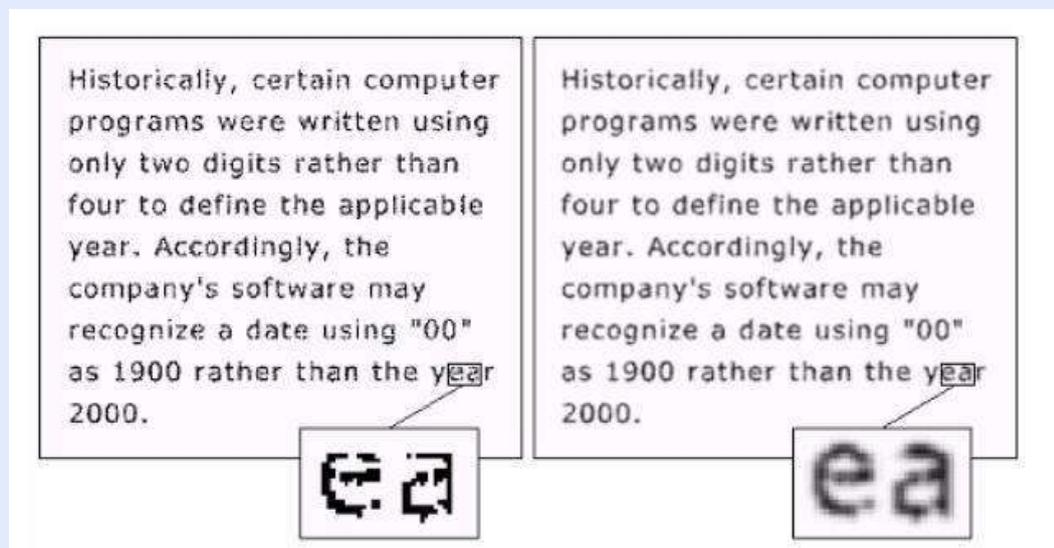
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Filtre Gaussien passe-bas



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 107 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



[Introduction](#)

[Prétraitements](#)

[Segmentation](#)

[Quantification](#)

[Page d'accueil](#)

[Page de Titre](#)



Page 108 de 252

[Retour](#)

[Plein écran](#)

[Fermer](#)

[Quitter](#)

Inconvénient des filtres linéaires : la réduction de bruit s'accompagne d'un étalement des transitions entre régions.

⇒ La détermination de leurs coefficients résulte d'un compromis.

⇒ Utilisation de filtres non linéaires.

filtrage non linéaire ⇒ modifications irréversibles

Opérateurs les plus courants :

- filtres d'ordre
- filtres homomorphiques
- filtres morphologiques

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

## Filtre d'ordre

- On considère une fenêtre rectangulaire de taille  $(2M + 1) \times (2N + 1)$  pixels, centrée sur  $(x, y)$  de  $f$ . En numérotant de 1 à  $L = (2M + 1) \times (2N + 1)$  les pixels de cette fenêtre, l'ensemble des données disponibles est :  $\mathcal{F} = \{f_k, 1 \leq k \leq L\}$
  - On trie les éléments par ordre croissant.
  - On appelle  $j^{\text{ème}}$  statistique d'ordre  $f(j)$  la valeur de rang  $j$  dans  $\mathcal{F}$  trié.
- ⇒ la sortie est définie comme une fonction des statistiques d'ordre.
- ⇒ Les données sont prises en compte selon leur rang dans la fenêtre d'analyse et non selon leur disposition spatiale.

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 109 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)

Page 110 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

## L-Filtre

$$g(x, y) = \sum_{k=1}^L g_k f(k) \quad \sum_{k=1}^L g_k = 1$$

Dans le cas où l'image est homogène sans transition et localement modélisable par un bruit blanc de densité  $b$ , il est possible d'optimiser le choix des coefficients au sens d'un critère d'erreur quadratique.

La puissance du bruit en sortie d'un L-filtre optimal est toujours inférieure ou au pire égale à celle du meilleur filtre linéaire (filtre moyenneur). Les valeurs des coefficients optimaux dépendent de  $b$  :

- bruit gaussien de variance  $N_0^2$  :  $(\forall k) \quad g_k = \frac{1}{L}$
- bruit uniforme :  $g_k = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } k = 1 \text{ ou } k = L \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 111 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## L-Filtre

Un des L-filtres les plus utilisés : filtre médian.

- insensible à la présence de valeurs aberrantes si leur nombre est inférieur à  $\frac{L}{2}$ 
  - ⇒ utile dans le cas de perturbations à caractère impulsionnel, ou ayant une densité s'étalant vers l'infini
- ne change pas les transitions monotones entre régions

Inconvénients :

- Pour des bruits à distribution peut concentrées (gaussien, uniforme), ses performances sont faibles par rapport au filtre d'ordre optimal
- Peut affecter la géométrie des régions de l'image. Les zones présentant un angle aigu ont tendance à être arrondies par le filtrage. On perd l'information sur les points anguleux

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 112 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Filtrage homomorphique

L'effet de flou peut être créé par des variations locales de l'éclairement qui, se traduisant de manière multiplicative dans l'image, modifient l'aspect des frontières entre régions.

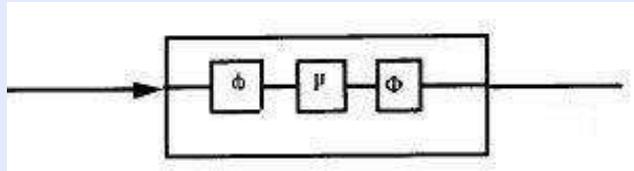
Image observée :  $f(x, y) = g(x, y) \cdot B(x, y)$

- $g$  : image contenant des détails nets
  - $B$  image de l'éclairement dont les fluctuations sont à échelle spatiale larges vis à vis des détails de l'image  $g$
- $\Rightarrow B$  : bruit multiplicatif basse fréquence.

Filtrage homomorphique : séparation des contributions de  $g$  et de  $B$ .

Le filtre linéaire à employer doit atténuer les basses fréquences et amplifier les hautes fréquences.

## Filtrage homomorphique



$\phi$  et  $\Phi$  : opérateurs non linéaires réciproques.

$h$  : réponse impulsionnelle d'un filtre linéaire généralement passe-bas.

Moyennes non linéaires :

- $a \geq 0, p \neq 0, \phi(a) = a^p, \Phi(a) = a^{1/p}, h$  filtre moyennneur
- $p = 1$  : filtre moyennneur
- $p = -1$  : moyenne harmonique.
- $\phi = \ln, \Phi = \exp$  : moyenne géométrique.



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 114 de 252

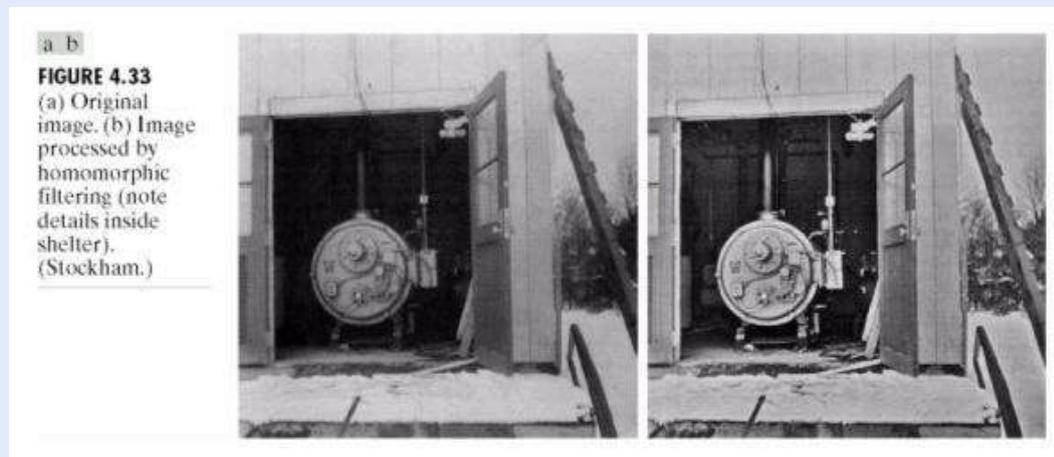
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

## Filtrage homomorphique



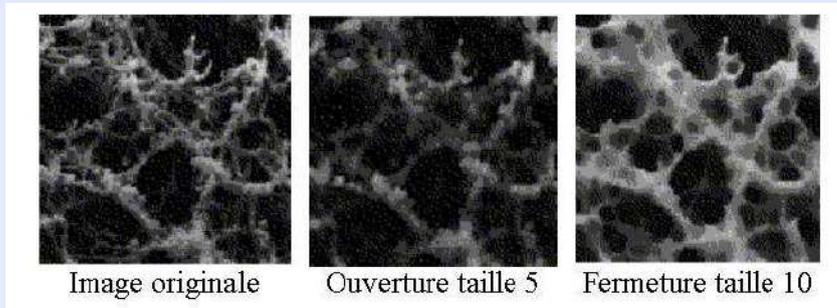
[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 115 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Filtrage morphologique

Lorsqu'on dispose d'informations *a priori* sur la taille et la dimension des structures à localiser, ainsi que sur le "signe" du bruit (impulsions positives ou négatives), on peut chercher à renforcer cette caractéristique par un traitement dissymétrique (en terme de voisinage et d'intensité) fondé sur les techniques de la morphologie mathématique.

- Ouverture morphologique : supprime les impulsions positives et préserve les impulsions négatives.
- Effet inverse : fermeture

## Filtrage morphologique



Filtre morphologique = transformation idempotente et croissante.

L'ouverture et la fermeture s'obtiennent par combinaisons de filtres de rang :

- Erosion : filtre minimum
- Dilatation : filtre maximum

Ouverture et la fermeture induisent donc une modification de la moyenne des intensités, d'autant plus importante que la taille de l'élément structurant est grande et que l'amplitude du bruit est forte.

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 117 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Filtrage morphologique

→ Pour pallier cet inconvénient : filtrage alterné séquentiel :

- $\{O_i\}$  famille d'ouvertures
- $\{F_i\}$  famille de fermetures

associées à des éléments structurants convexes  $\{K_i\}$  de même forme et de taille croissante

Filtre séquentiel :

$$g = O_i \circ F_i \circ O_{i-1} \circ F_{i-1} \cdots \circ O_1 \circ F_1$$

$$g = F_i \circ O_i \circ F_{i-1} \circ O_{i-1} \cdots \circ F_1 \circ O_1$$


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)

[Page 118 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

## Filtrage adaptatif : coefficients

- filtre moyenneur pondéré : chaque coefficient décroît avec la similarité entre le pixel considéré et le pixel du centre de la fenêtre
- gradient inverse (filtre  $\sigma$ )

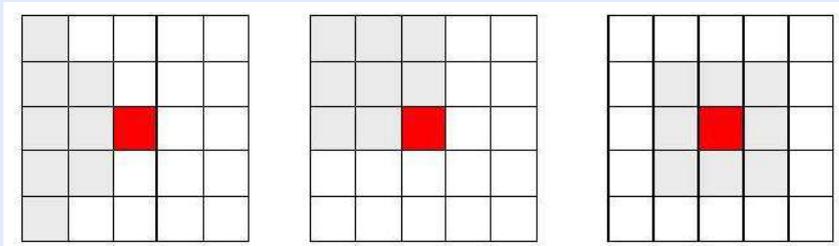
$$g(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \frac{f(x+i, y+j)}{1 + \|f(x, y) - f(x+i, y+j)\|}$$

- Filtre de Saint-Marc :  $I^{(k+1)}(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I^k(x+i, y+j) e^{-\beta \|\nabla I^k\|}$
- Tobogan de Fairfield : creuse l'histogramme de l'image en attribuant à chaque pixel le niveau de gris du point de minimum de gradient le plus proche dans un voisinage. Tous les points du chemin reliant ce pixel au pixel de minimum de gradient se voient de plus affectés cette valeur, marqués pour ne plus être traités, et le processus est itéré jusqu'à ce que tous les points soient marqués.

## Filtrage adaptatif : fenêtres

On recherche autour de chaque pixel la fenêtre la plus adaptée au filtrage

- en sélectionnant parmi une famille de fenêtres celle qui convient le mieux (Nagao)
- en faisant croître une fenêtre et en contrôlant sa croissance (Wu : prédicat d'homogénéité).



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 120 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## 2.7 Restauration d'images

La restauration essaie de reconstruire ou de retrouver une image qui a été dégradée en utilisant une connaissance *a priori* sur le processus de dégradation. Il s'agit donc dans un premier temps de modéliser le processus de dégradation et d'appliquer l'inverse pour retrouver l'image originale.

Processus de dégradation modélisé comme un opérateur  $H$  qui, couplé à un bruit additif  $\eta(x,y)$  opère sur une image  $g(x, y)$  pour produire une image dégradée  $f(x, y)$ .

Restauration = moyen d'obtenir une approximation de  $g(x, y)$ , étant donnés  $f(x, y)$  et  $H$ .

Hypothèse : connaissance de  $\eta(x,y)$  limitée à une information de nature statistique.

Relation d'entrée-sortie  $f(x, y) = H[g(x, y)] + \eta(x, y)$

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 121 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

$$\eta(x,y)=0 \Rightarrow g(x,y) = H[f(x,y)]$$

Relation spatialement invariante si :

$$\forall g(x, y), (\alpha, \beta) H[g(x - \alpha, y - \beta)] = f(x - \alpha, y - \beta)$$

$$\forall g(x, y) h(x, y) * g(x, y) = f(x, y)$$

→ comment trouver  $h$  ?



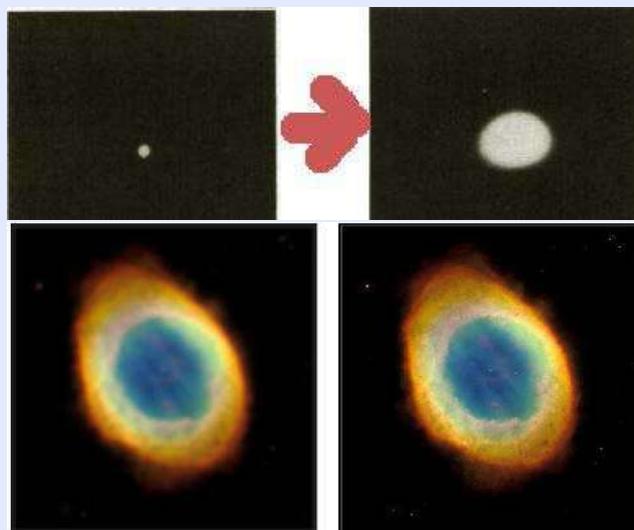
*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

- réponse du système à une impulsion de Dirac (PSF)
- identification de la réponse du système à une source ponctuelle



*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 122 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 123 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

Modèle de dégradation classique :

$$f(x, y) = \int \int g(\alpha, \beta) h(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta$$

$$f(i, j) = \sum_m \sum_n g(m, n) h(i - m, j - n)$$

$$f = Hg$$

⇒ Utilisation des outils de résolution de systèmes linéaires

## Méthodes algébriques

- Restauration sans contraintes
- Restauration avec contraintes



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

- Restauration sans contraintes : on recherche  $\hat{g}$  telle que  $H\hat{g}$  approche  $f$  au sens des moindres carrés

$$\Rightarrow \text{Min} \|f - H\hat{g}\|^2$$

- Restauration avec contraintes :

$$\begin{cases} \text{Min} \|Q\hat{g}\|^2 \\ \text{s.c.} \\ \|f - H\hat{g}\|^2 = \|n\|^2 \end{cases}$$

$Q$  opérateur linéaire en  $\hat{g}$

→ utilisation d'un multiplicateur de Lagrange  $\alpha$

$$\rightarrow \hat{g} = (H^T H + \frac{1}{\alpha} Q^T Q)^{-1} H^T g$$

Page d'accueil

Page de Titre



Page 124 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

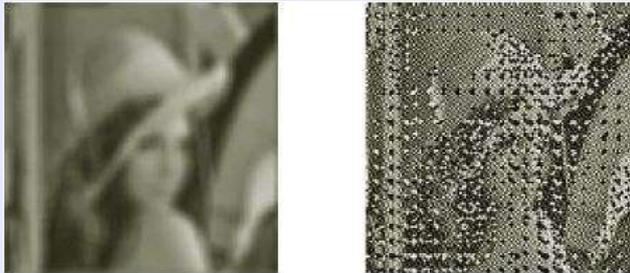
Quitter

## Filtrage inverse

$$\hat{G}(u, v) = \frac{F(u, v)}{H(u, v)}$$

Image restaurée :  $\hat{g}(x, y) = TF^{-1}(\hat{G}(u, v))$

→ Problèmes numériques si  $H(u, v)$  petit.





Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 126 de 252

Retour

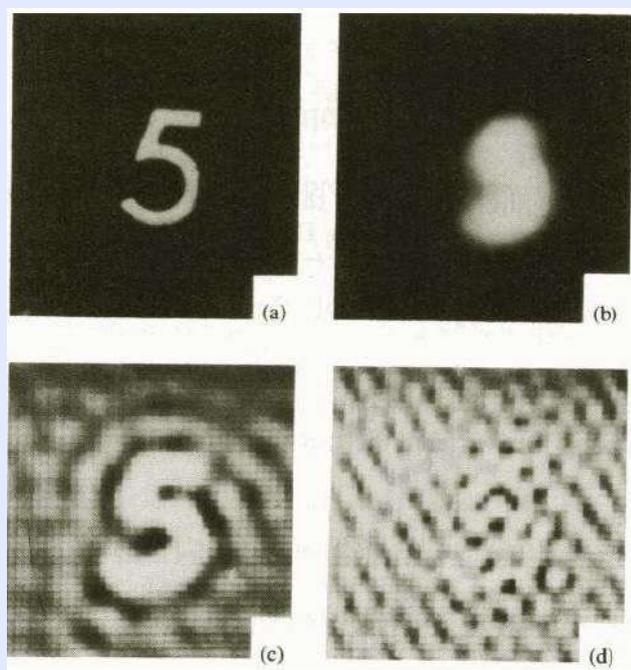
Plein écran

Fermer

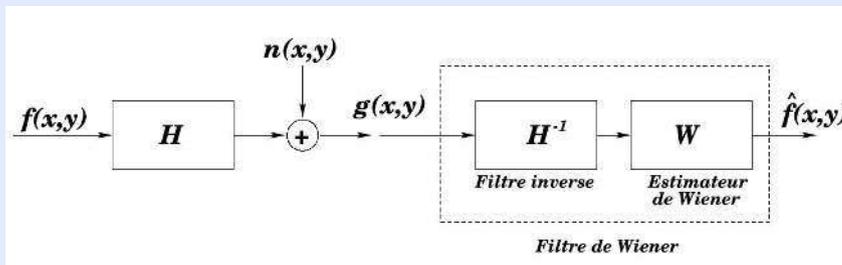
Quitter

## Filtrage inverse

Solution :  $\hat{G}(u, v) = 0$  si  $H(u, v)$  petit  $\rightarrow$  fréquence de coupure  $D_0$



## Filtrage de Wiener



On cherche à minimiser  $arg \min_{\hat{g}} \|\hat{g}(x, y) - g(x, y)\|^2$   
 $P_g$  : DSP du signal ;  $P_n$  : DSP du bruit

$$W(u, v) = \frac{P_g(u, v)}{P_g(u, v) + \frac{P_n(u, v)}{H(u, v)^2}}$$



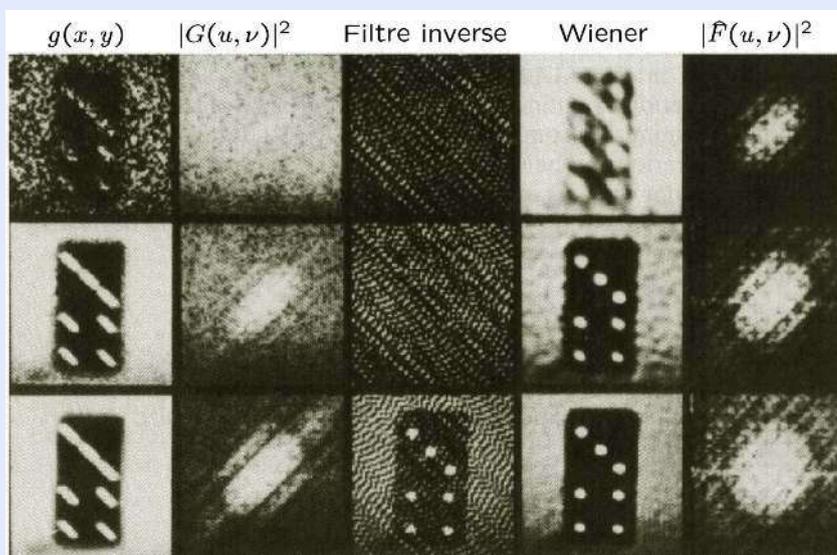
Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

# Filtrage de Wiener



Page d'accueil

Page de Titre



Page 128 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 129 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

## Méthodes itératives

- $\hat{g}_1 = f$
- $\hat{f}_k = \hat{g}_k * h$
- $\hat{g}_{k+1} = \hat{g}_k + (f - \hat{f}_k)$

→ Lucy-Richardson, Van Cittert, Maximum d'entropie, Tichonov-Miller



Introduction

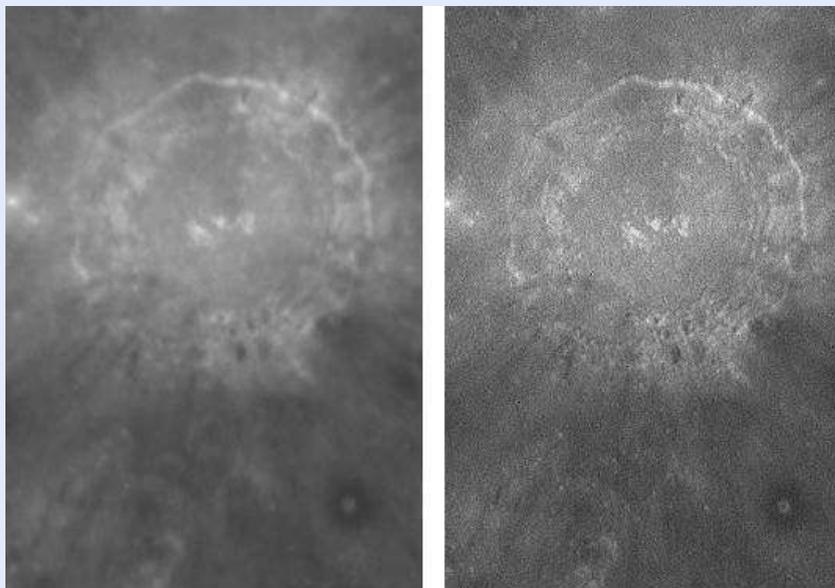
Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Exemples - van Cittert

$$\text{Arg min}_g (\|f(x, y) - h(x, y) * \hat{g}(x, y)\|^2)$$



Page d'accueil

Page de Titre



Page 130 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Exemples - Landweber

$$\text{Arg min}_g (\|f(x, y) - h(x, y) * \hat{g}(x, y)\|^2)$$



Page d'accueil

Page de Titre



Page 131 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



[Introduction](#)

[Prétraitements](#)

[Segmentation](#)

[Quantification](#)

[Page d'accueil](#)

[Page de Titre](#)



Page 132 de 252

[Retour](#)

[Plein écran](#)

[Fermer](#)

[Quitter](#)

## Exemples : Tichonov-Miller

$$\text{Arg min}_g (\|f(x, y) - h(x, y) * g(x, y)\|^2 + \alpha \|\nabla(x, y) * \hat{g}(x, y)\|^2)$$



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 133 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## 3 Segmentation

Identifier et définir des objets dans l'image

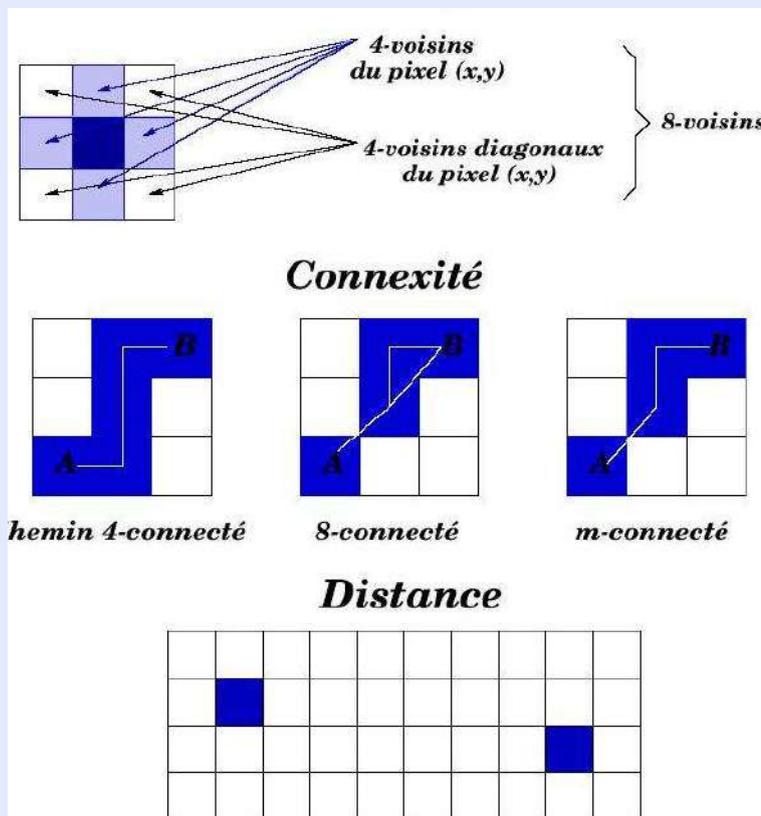
Image : un ensemble de régions disjointes. Idéalement, les régions ont un sens en dehors de leurs propres caractéristiques picturales

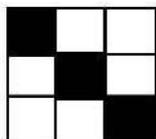
Deux approches :

- région : regroupement des pixels présentant une caractéristique commune, dérivée par exemple de l'intensité des pixels
- contour : mise en place des frontières aux positions qui rendent localement maximale la variation d'un critère

Ces deux conceptions sont duales : une région définit son contour, un contour définit une région.

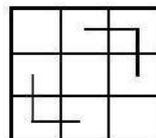
### 3.1 Préambule : notion de connexité



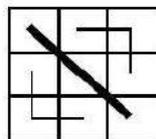


0 1 1  
1 0 1  
1 1 0

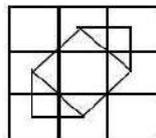
4-connexité pour le fonds et la forme



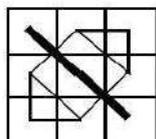
4-connexité pour la forme  
8-connexité pour le fond



8-connexité pour la forme  
4-connexité pour le fond



8-connexité pour la forme  
8-connexité pour le fond



Page d'accueil

Page de Titre



Page 135 de 252

Retour

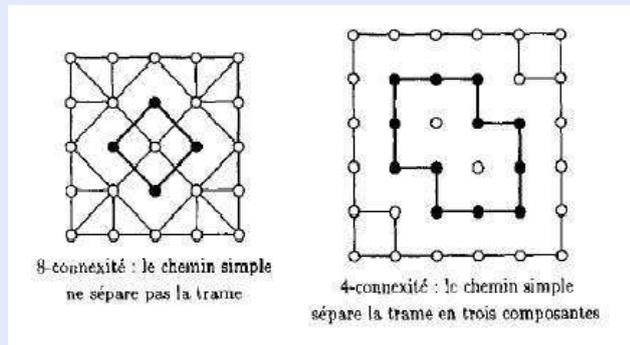
Plein écran

Fermer

Quitter

## Théorème de Jordan

- Le complémentaire de toute courbe 4-connexe fermée est formée de deux composantes 8-connexes
- Le complémentaire de toute courbe 8-connexe fermée est formée de deux composantes 4-connexes




[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)

Page 137 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

## 3.2 Approches région

### 3.2.1 Méthodes fondées sur l'histogramme

Idée : trouver les différents modes de l'histogramme, représentatifs d'autant de classes d'objets dans l'image.

#### Seuillage avec apprentissage bayésien

Hypothèses :

– connaissance sur les régions → cadre bayésien

– stationnarité de l'image

Pour deux populations  $X$  et  $Y$ , le seuil optimal de séparation est :

$$s / \min \left( C_X \int_s^N P(X)P(n | X)dn + C_Y \int_0^s P(Y)P(n | Y)dn \right)$$

–  $P(n | X)(P(n | Y))$  : probabilité conditionnelle qu'un pixel de  $X$  ( $Y$ ) ait pour niveau de gris  $n$ .

–  $C_X(C_Y)$  : coût des mauvaises classifications de  $X$  ( $Y$ ).


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)

Page 138 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

## Seuillage de Neyman-Pearson

Probabilité de fausse alarme pour une classe  $X$  :

$$P_f(X) = \int_0^s P(Y)P(n | Y)dn$$

Probabilité de détection pour  $P_f$  donnée :

$$P_d(X) = \int_0^s P(X)P(n | X)dn$$

Seuil de Neyman-Pearson :  $s/Min(P_d - \lambda(P_f - \alpha))$  La décision se fait en comparant le rapport de vraisemblance à  $\alpha$

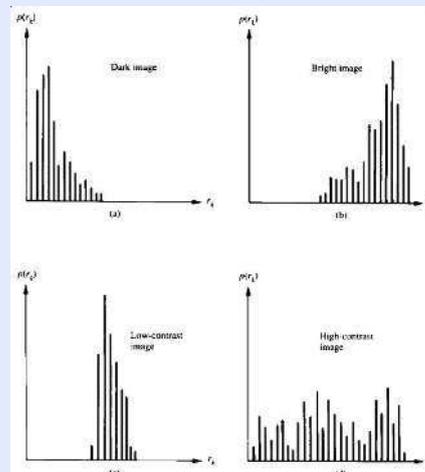
Ce type de seuillage est moins sensible au choix des probabilités *a priori* et conduit en particulier à des décisions plus proches de choix humains intuitifs que la décision bayésienne, dans le cas d'un événement rare.

## Seuillage automatique par calculs sur l'histogramme

Pas d'apprentissage.

On recherche généralement le(s) seuil(s) à partir d'une analyse de l'histogramme.

*Calculs sur l'histogramme* : critères statistiques globaux





*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



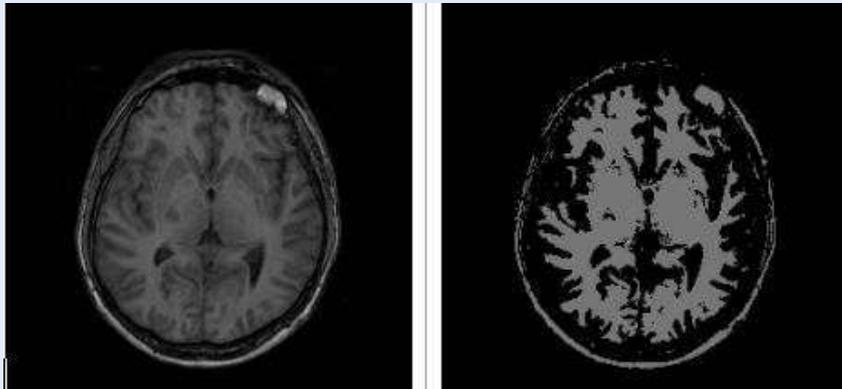
*Page 140 de 252*

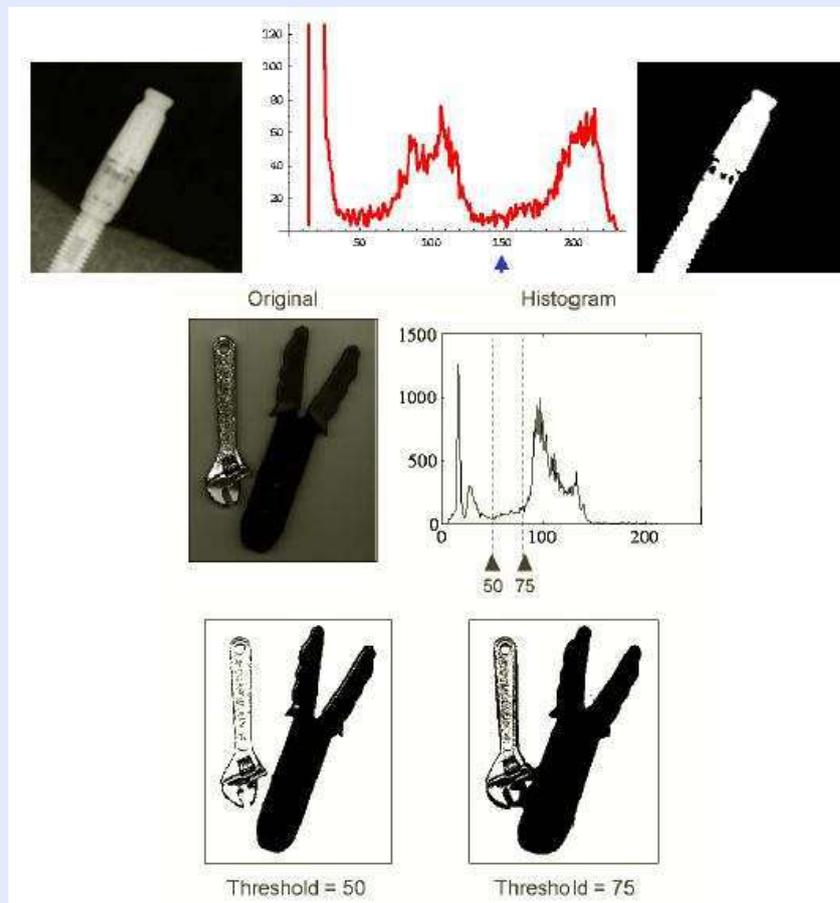
*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*





Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 141 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 142 de 252

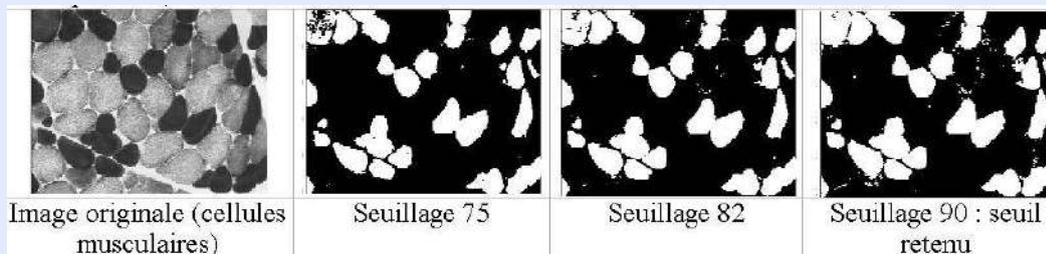
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

## *Seuillage adaptatif* : étude locale des critères




[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)

[Page 143 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

### *Exemple : méthodes de Niblack et de Sauvola*

Idée : faire varier le seuil dans l'image en fonction des valeurs de la moyenne locale  $\mu(x, y)$  et de l'écart type local  $\sigma(x, y)$  calculés dans un voisinage de  $(x, y)$

$$T(x, y) = \mu(x, y) + k \cdot \sigma(x, y)$$

- taille du voisinage
- valeur de  $k$  : détermine la position du seuil par rapport à  $m(x, y)$

Dans le cas de fonds clairs texturés, Niblack ne donne pas de bons résultats

⇒ modification de Sauvola :

$$T(x, y) = \mu(x, y) + \left[ 1 + k \cdot \frac{\sigma(x, y)}{R - 1} \right]$$

$R$  : domaine dynamique de la variance



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 144 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

*Exemple : méthodes de Niblack et de Sauvola*

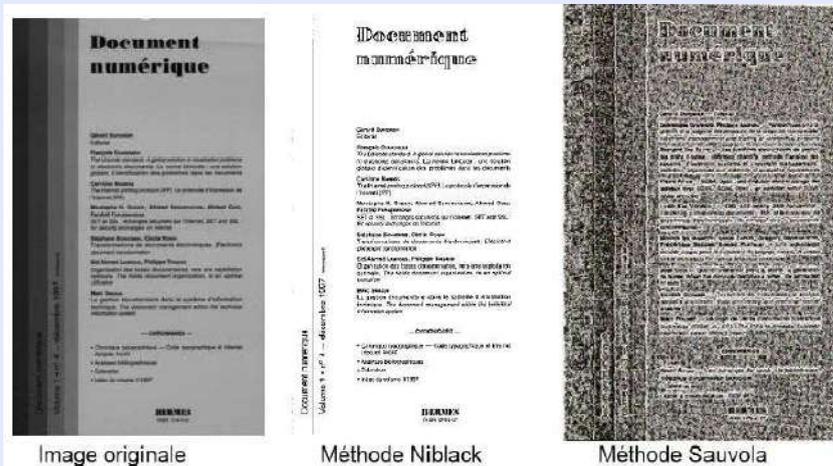


Image originale

Méthode Niblack

Méthode Sauvola



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 145 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

*Exemple : méthode de Sauvola*




[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)


Page 146 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

## Méthode d'Otsu

- Otsu formule le problème comme une analyse discriminante, pour laquelle il utilise une fonction critère particulière comme mesure de séparation statistique
- Des statistiques sont calculées pour les deux classes de valeurs d'intensité séparées par un seuil intensité
- statistiques calculées pour chaque niveau d'intensité  $i$  (tous les seuils possibles)
- le niveau qui optimise la fonction critère est choisi comme seuil.

Mesure du critère discriminant

$$\frac{\sigma B_i^2}{\sigma T^2} \quad 1 \leq i \leq L$$

- $\sigma B_i^2$  : variance inter classe
- $\sigma T^2$  : variance totale



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 147 de 252

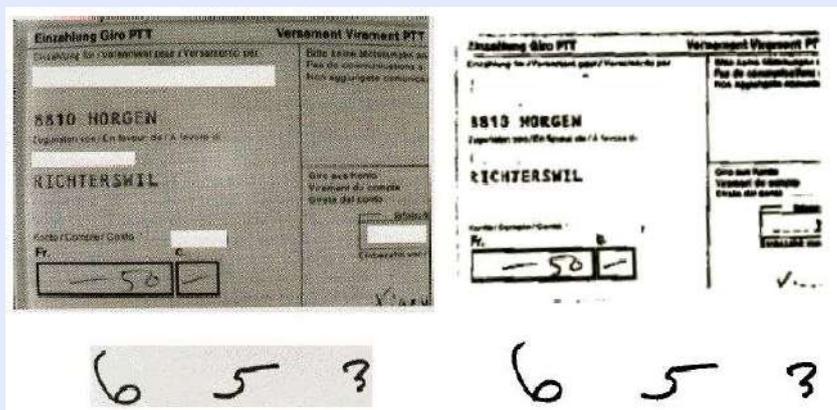
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

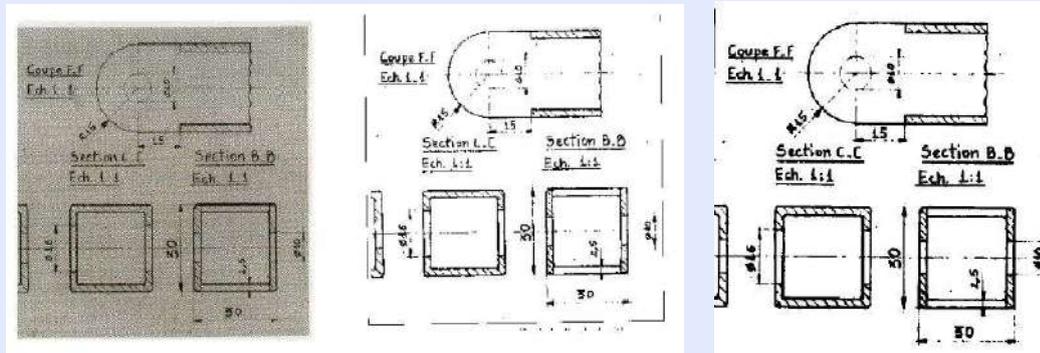
## Méthode d'Otsu



La méthode fonctionne si le fond est uniforme et si la résolution spatiale est suffisante

## Méthode d'Otsu

Lignes de faible contraste supprimées



Améliorations possibles :

- ajustement du seuil manuel (limite des méthodes globales)
- pré traitement : filtrage passe-bas (connexions possibles de lignes)

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 149 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Seuillage optimal

On suppose que l'image contient deux régions de niveaux de gris différents.

⇒ : l'histogramme est bimodal :

$$p(r_k) = P_1 p_1(r_k) + P_2 p_2(r_k)$$

- $p_i$  densité de probabilité des niveaux de gris dans la région  $i$
- $P_i$  constante proportionnelle à l'aire de la région  $i$

Hypothèse : on connaît (ou on suppose connaître)  $p_1$  et  $p_2$

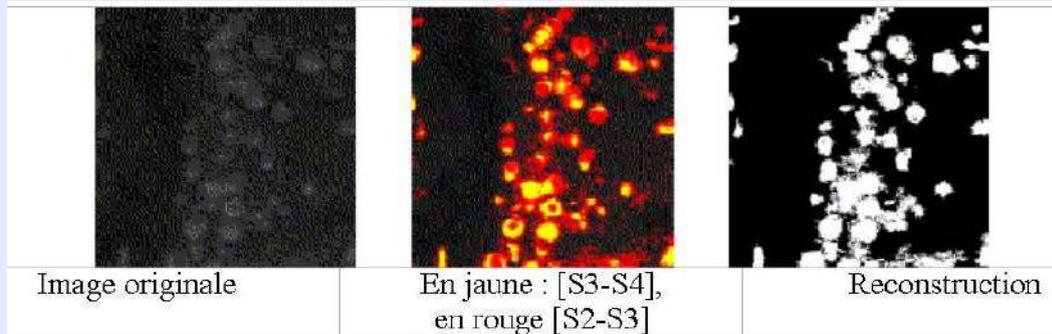
⇒ il est possible de trouver un seuil optimal de séparation des deux régions

## Seuillage par hystérésis

S1-S2 : pixels rejetés

S2-S3 : pixels candidats

S3-S4 : pixels acceptés



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 151 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Méthodes de classification

Foultitude de méthodes, dont :

- techniques de nuées dynamiques
- réseaux de neurones
- hyperplans/hypersurfaces séparateurs

Il est possible de classer une image même lorsqu'elle est acquise

- à plusieurs longueurs d'onde
- avec différentes modalités

⇒ histogramme et classification multispectral(e).

Principe :

- Définition d'un espace de représentation
- définition d'une métrique
- {apprentissage} et classification

Dans les espaces de grandes dimension, réduction de dimension possible (ACP, ACI, analyse de Karhunen-Loeve)


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)

[Page 152 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

*Exemple : approche par champs de Markov*

Information image :

- niveau de gris ou espace de représentation
- relations spatiales → voisinage

Voisinage → contexte markovien  
topologie  $V$  :

$$V_s = t \text{ tels que : } \begin{cases} s \notin V_s \\ t \in V_s \Leftrightarrow s \in V_t \end{cases}$$

→ Système de **cliques**  $C$

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 153 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

*Exemple : approche par champs de Markov*

Modélisation probabiliste de l'image : vecteur aléatoire

$$X = (X_1, \dots, X_{Card(S)}) \in \Omega = E^{Card(S)}$$

Image  $x$  observée : réalisation observée avec la probabilité

$$P(X = x)$$

Hypothèse markovienne :

$$P(X_s = x_s \mid x_r, r \neq s) = P(X_s = x_s \mid x_r, r \in V_s)$$


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)
[Page 154 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

*Exemple : approche par champs de Markov*

Théorème d'Hammersley-Clifford

$S$  : ensemble fini ou dénombrable ;  $V$  topologie sur  $S$  ;  $E$  espace d'états discret.

$X$  : processus aléatoire à valeurs dans  $E^{Card(S)}$

( $X$  champ de Markov relativement à  $V$  et  $P(X = x) > 0$  pour tout  $x \in \Omega$ )  $\Leftrightarrow$  ( $X$  est un champ de Gibbs de potentiel associé à  $V$ )

$$\begin{aligned}
 P(X_s = x_s \mid X_r = x_r, r \neq s) &= \frac{P(X = x)}{P(X_r = x_r, r \neq s)} \\
 &= \frac{e^{-U(x_s, x_r, r \neq s)}}{\sum_{e \in E} e^{-U(e, x_r, r \neq s)}}
 \end{aligned}$$


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)
[Page 155 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

*Exemple : approche par champs de Markov*

Energie locale du site  $s$  :

$$U_s(X_s = x_s \mid X_r = x_r, r \in V_s) = \sum_{c \in C / s \in C} U_c(x_s, X_r = x_r, r \in V_s)$$

Energie globale :

$$\begin{aligned} U(x) &= \sum_{c \in C / s \notin C} U_c(x) + \sum_{c \in C / s \in C} U_c(x) \\ &= \sum_{c \in C / s \notin C} U_c(x) + U_s(X_s = x_s \mid X_r = x_r, r \in V_s) \end{aligned}$$

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 156 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

*Exemple : approche par champs de Markov*

$$P(X_s = x_s \mid X_r = x_r, r \neq s) = \frac{e^{-U_s(X_s=x_s \mid X_r=x_r, r \in V_s)}}{\sum_{x_s \in E} e^{-U_s(X_s=x_s \mid X_r=x_r, r \in V_s)}}$$

L'expression obtenue ne fait intervenir que les potentiels de cliques dans lesquelles est impliqué  $s$

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 157 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

### *Exemple : approche par champs de Markov*

Il suffit de définir séquentiellement une topologie, un système de cliques, des potentiels de clique  $U_c$  et une fonction d'énergie  $U$  pour préciser le processus de Markov attaché à l'image → Accès à la probabilité d'une configuration

Problème : réalisation du tirage d'une configuration donnée suivant la loi de Gibbs du champ de Markov défini.

- échantillonneur de Gibbs
- algorithme de Métropolis

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[«](#) [»](#)[«](#) [»](#)

Page 158 de 252

[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

### *Exemple : approche par champs de Markov*

Itération  $\rightarrow$  réalisation  $\rightarrow$  configuration suivant la loi de Gibbs.

Recherche des configurations les plus probables qui correspondent à des états d'énergie minimale : recuit simulé.

- Simulation par échantillonneur de Gibbs ou par Métropolis d'une configuration  $x^n$  pour la loi de Gibbs d'énergie  $\frac{U(x)}{T}$  à partir de la configuration  $(n - 1)$ .
- Mise à jour de  $T$

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 159 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

*Exemple : approche par champs de Markov*

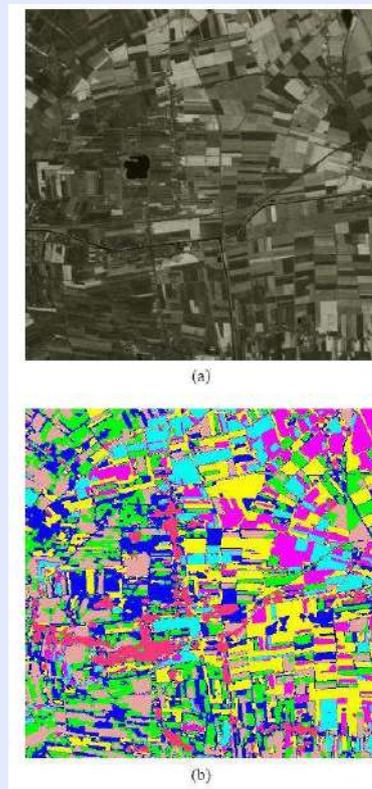
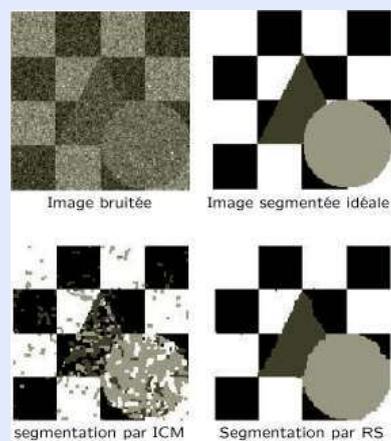
Modèle de Potts :  $E = \{1, \dots, n\}$ , topologie 4- ou la 8-connexité dans une image 2D.

$$U_{c=\{s,t\}}(x_s, x_t) = -\beta x_s x_t = \begin{cases} -\beta & \text{si } x_s = x_t \\ \beta & \text{sinon} \end{cases}$$

$\beta > 0 \rightarrow$  configurations les plus probables = sites voisins de ng égaux

$\Rightarrow$  zones homogènes de taille gouvernée par la valeur de la constante de couplage.

## *Exemple : approche par champs de Markov*



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 160 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)

### 3.2.2 Transformations de régions

Prédicat  $\mathcal{P}(R_i)$  : "La région  $R_i$  est homogène"

- contraste :  $\mathcal{P}(R_i)$  vrai  $\Leftrightarrow \max_{R_i}(f(x, y)) - \min_{R_i}(f(x, y)) < \sigma$
- écart-type :  $\mathcal{P}(R_i)$  vrai  $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{R_i} (f(x, y) - m)^2} < \sigma$
- distance interquartile
- différences limitées :  $\mathcal{P}(R_i)$  vrai  $\Leftrightarrow (\forall k, l)$  voisins  $|f(k) - f(l)| < \sigma$
- entropie :  $\mathcal{P}(R_i)$  vrai  $\Leftrightarrow - \sum_{R_i} p(f) \log(p(f)) < \sigma$
- ...

Partition : Ensemble de régions  $R_i$  telles que :

- $\bigcup R_i = f$
- $(\forall i \neq j) \quad R_i \cap R_j = \emptyset$
- $(\forall i) \quad R_i \neq \emptyset$

[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)

[Page 161 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 162 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

Il existe un très grand nombre de partitions d'une image  $f$ , vérifiant les prédicats de région.

On ne sait pas choisir quelle est la "bonne" partition.

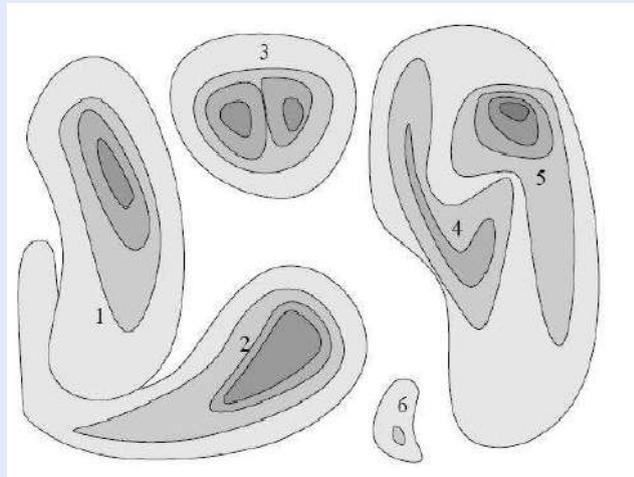
Choix empiriques :

- minimiser le cardinal de la partition
- maximiser la taille de la plus petite région
- maximiser une "distance" entre régions
- rechercher les partitions tq :  $(\forall k, l \text{ adjacents}) \mathcal{P}(R_k \cup R_l) = \text{faux}$

## Croissance de région

Partant de germes (seeds), on applique successivement à l'image des prédicats plus sévères que  $\mathcal{P}$ . Ainsi, on commence à associer aux germes les seuls pixels qui sont en très bon accord avec le prédicat. On réduit cette sévérité progressivement, et on se rapproche petit à petit de  $\mathcal{P}$ .

### Film croissance



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

## Partage de régions

- Image =  $R$ , à laquelle on applique plusieurs divisions  $\delta$  produisant des régions  $R_i^\delta$
- On teste  $\mathcal{P}$  sur les  $R_i^\delta$  et on retient la meilleure subdivision
  - le plus possible de régions satisfont  $\mathcal{P}$
  - la meilleure valeur à un critère d'échec (mesure de variance testés dans les prédicats)

Stratégies  $\delta$  nombreuses

- divisions par triangulation
- décomposition en quadtree
- bipartitions régulières verticale et horizontale

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 164 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



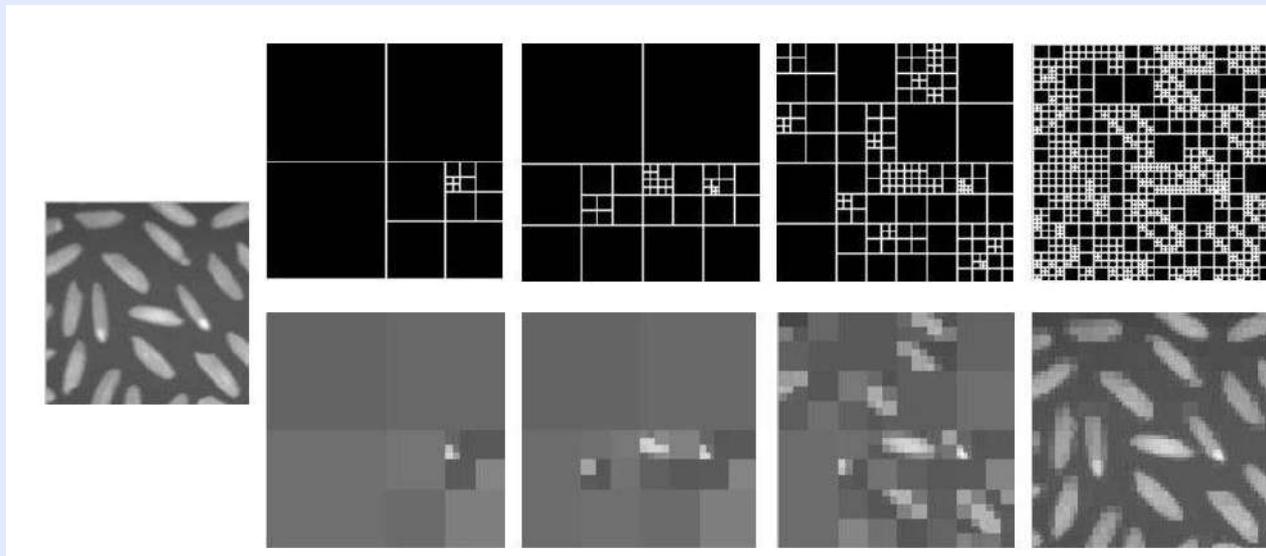
Page 165 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter





Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

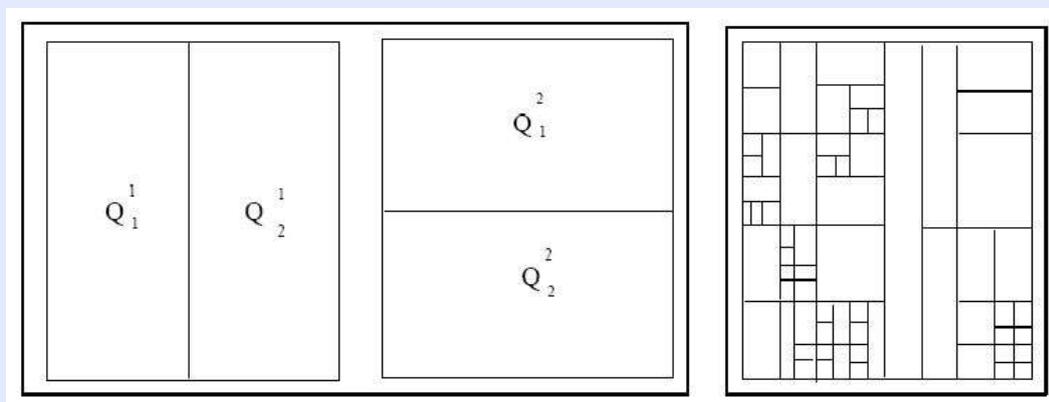
Page 166 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



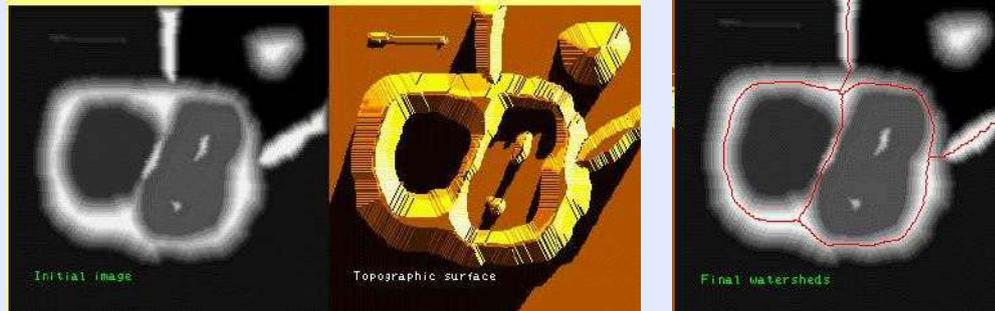
Film triangulation

## *Exemple : l'algorithme des watersheds*

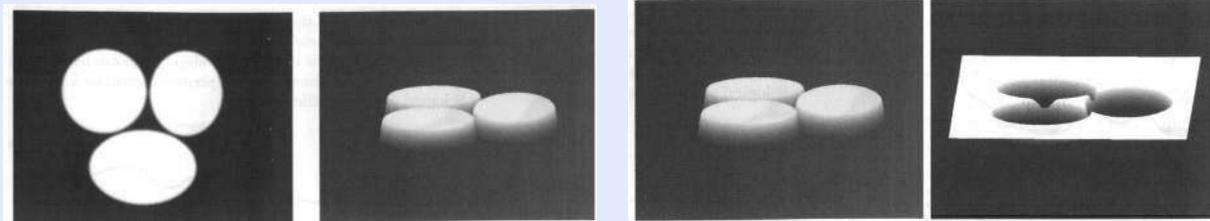
Image = surface topographique

En inondant depuis le bas, et en empêchant l'eau de se mélanger depuis différentes sources, on définit :

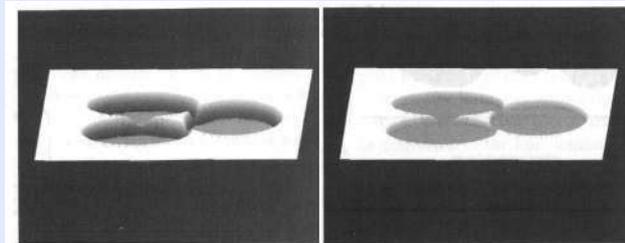
- les bassins versants
- la ligne de partage des eaux



– Les niveaux de gris sont des altitudes



– Infiltration des cavités





Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 169 de 252

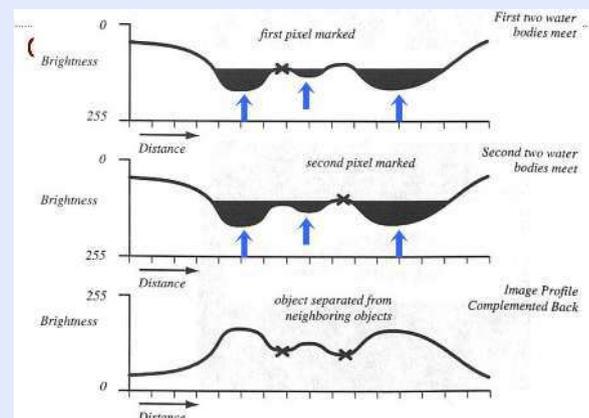
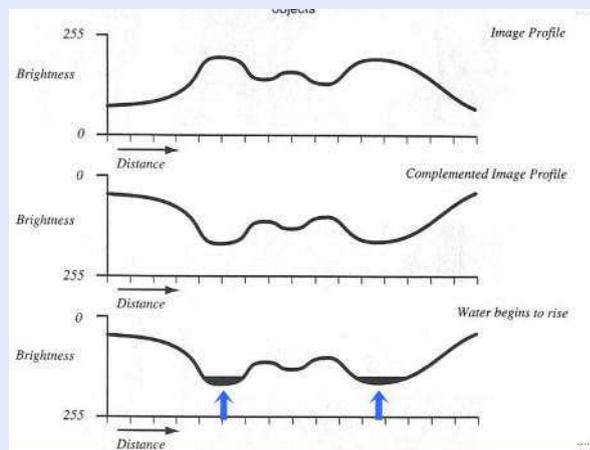
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

## Sur les profils



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

## Fusion de régions

Inverse des méthodes de partition.

Méthodes ascendantes pendant lesquelles tous les pixels sont visités.

- Pour chaque voisinage de pixel,  $\mathcal{P}$  est testé
- s'il est vérifié les pixels correspondants sont regroupés dans une région

Après le parcours de toute l'image, les groupes de voisinages se voient appliquer le même test, et se voient réunir si  $\mathcal{P}$  est vérifié. Le processus itère jusqu'à stabilité.

Tests de réunion de région  $\approx$  tests statistiques.

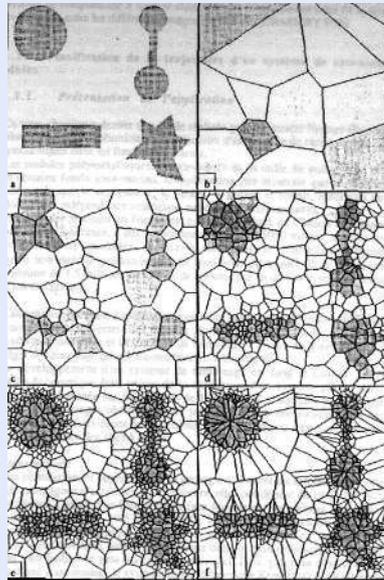
On se place souvent dans l'hypothèse de bruit gaussien sur des fonctions à valeur moyenne constante, et dans ce cas les tests statistiques usuels sont le  $\chi^2$ , le test de Wilcoxon, le test de Student ou de Fisher-Snedecor.

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 170 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Approches Split and Merge

Combiner des deux techniques précédentes

1. sur-segmentation de l'image selon un prédicat très strict
2. regroupement les régions adjacentes selon un prédicat plus lâche



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 171 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

### 3.3 Approches contour

Image supposée continue  $f(x, y)$ . Contour =

- lieu des points de fortes variations de  $f$
- lieu des maxima du module du gradient  $|\nabla f|$  dans la direction  $\nabla f$

$$(x_0, y_0) \in \text{contour} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial |\nabla f|}{\partial g} = 0 \\ \frac{\partial^2 |\nabla f|}{\partial g^2} < 0 \end{cases}, \frac{\partial}{\partial g} = \frac{\nabla f}{|\nabla f|} \cdot \nabla$$

Equation obtenue fortement non linéaire :

$$\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left( \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \right) + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \left( \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \right) = 0$$

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 173 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

Sauf en de rares cas particuliers, l'équation n'admet pas de solution explicite.

⇒ Résolution en deux étapes :

1. calcul de  $|\nabla f|$
2. recherche des maxima de sa norme dans la direction  $\nabla f$

Afin de garantir la classe  $C^2$  de  $f$  même en présence de discontinuités dans l'image, on prétraite  $f$  par convolution avec une fonction type gaussienne.

On montre alors que si la courbure est faible, trouver les points du contour revient à annuler  $\Delta f$

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 174 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

### 3.3.1 Approches classiques

Les détecteurs de gradient par filtrage se proposent de rechercher un extremum de la dérivée première de  $f$ , calculée de diverses manières, par exemple à l'aide d'un filtrage passe-bas qui élimine les bruits suivi d'un filtrage passe-haut. Généralement, le filtrage reste linéaire.


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)

Page 175 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

– Approximation de la dérivée première :

$$- \frac{\partial f}{\partial x} \approx Z_6 - Z_5$$

$$- \frac{\partial f}{\partial y} \approx Z_8 - Z_5$$

– Roberts (cross differences) :

$$- \frac{\partial f}{\partial x} \approx Z_8 - Z_6$$

$$- \frac{\partial f}{\partial y} \approx Z_9 - Z_5$$

– gradient  $|\nabla f| = \sqrt{(Z_9 - Z_5)^2 + (Z_8 - Z_6)^2}$

$z_1$	$z_2$	$z_3$
$z_4$	$z_5$	$z_6$
$z_7$	$z_8$	$z_9$



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

## Filtrage spatial de Prewitt et Sobel

-1	-1	-1	-1	0	1
0	0	0	-1	0	1
1	1	1	-1	0	1

Prewitt

-1	-2	-1	-1	0	1
0	0	0	-2	0	2
1	2	1	-1	0	1

Sobel

Isotropie horizontale et verticale : modification pour diagonales

0	1	1	-1	-1	0
-1	0	1	-1	0	1
-1	-1	0	0	1	1

Prewitt

0	1	2	-2	-1	0
-1	0	1	-1	0	1
-2	-1	0	0	1	2

Sobel

Page d'accueil

Page de Titre



Page 176 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



[Introduction](#)

[Prétraitements](#)

[Segmentation](#)

[Quantification](#)

[Page d'accueil](#)

[Page de Titre](#)

◀ ▶

◀ ▶

Page 177 de 252

[Retour](#)

[Plein écran](#)

[Fermer](#)

[Quitter](#)

## Filtrage de Prewitt



Sans lissage

Avec lissage

⇒ Importance du lissage



Introduction

Prétraitements

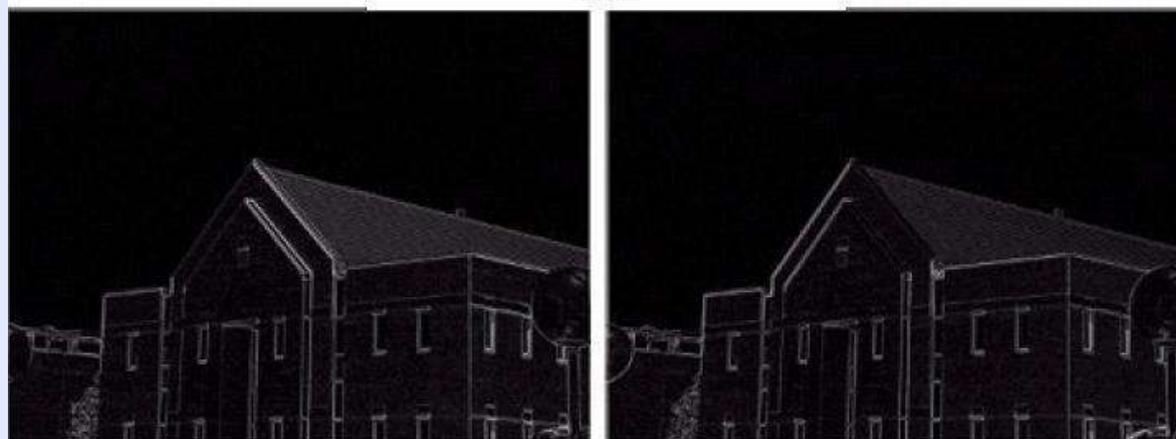
Segmentation

Quantification

## Filtrage de Sobel

0	1	2	-2	-1	0
-1	0	1	-1	0	1
-2	-1	0	0	1	2

Sobel



Page d'accueil

Page de Titre



Page 178 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

## Opérateurs à arêtes orientées

- On utilise 8 masques orientés ("Compass masks")
- Amplitude de l'arête : valeur maximale trouvée en appliquant chacun des masques
- Orientation : multiple de  $45^\circ$  qui dépend du masque qui produit le maximum

Kirsh :

-3	-3	5	-3	5	5	5	5	5	5	5	-3
-3	0	5	-3	0	5	-3	0	-3	5	0	-3
-3	-3	5	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
5	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
5	0	-3	5	0	-3	-3	0	-3	-3	0	5
5	-3	-3	5	5	-3	5	5	5	-3	5	5

Robinson :

-1	0	1	0	1	2	1	2	1	2	1	0
-2	0	2	-1	0	1	0	0	0	1	0	-1
-1	0	1	-2	-1	0	-1	-2	-1	0	-1	-2
1	0	-1	0	-1	-2	-1	-2	-1	-2	-1	0
2	0	-2	1	0	-1	0	0	0	-1	0	1
1	0	-1	2	1	0	1	2	1	0	1	2

## Opérateurs à arêtes orientées

- On utilise 8 masques orientés ("Compass masks")
- Amplitude de l'arête : valeur maximale trouvée en appliquant chacun des masques
- Orientation : multiple de  $45^\circ$  qui dépend du masque qui produit le maximum

Kirsh :

-3	-3	5	-3	5	5	5	5	5	5	5	-3
-3	0	5	-3	0	5	-3	0	-3	5	0	-3
-3	-3	5	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
5	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
5	0	-3	5	0	-3	-3	0	-3	-3	0	5
5	-3	-3	5	5	-3	5	5	5	-3	5	5

Robinson :

-1	0	1	0	1	2	1	2	1	2	1	0
-2	0	2	-1	0	1	0	0	0	1	0	-1
-1	0	1	-2	-1	0	-1	-2	-1	0	-1	-2
1	0	-1	0	-1	-2	-1	-2	-1	-2	-1	0
2	0	-2	1	0	-1	0	0	0	-1	0	1
1	0	-1	2	1	0	1	2	1	0	1	2

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

## Approche Laplacien

- Approximation de la dérivée seconde
- Définition d'un masque
- Problème de l'invariance à la rotation

Le laplacien est le plus simple opérateur dérivatif linéaire isotrope

Dans sa version discrète, on utilise les différences centrées :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = f(x + 1, y) + f(x - 1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = f(x, y + 1) + f(x, y - 1) - 2f(x, y)$$

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 181 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

⇒ masque isotrope pour des rotations de  $\pi/2$

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

⇒ masque isotrope pour des rotations de  $\pi/4$

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 182 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

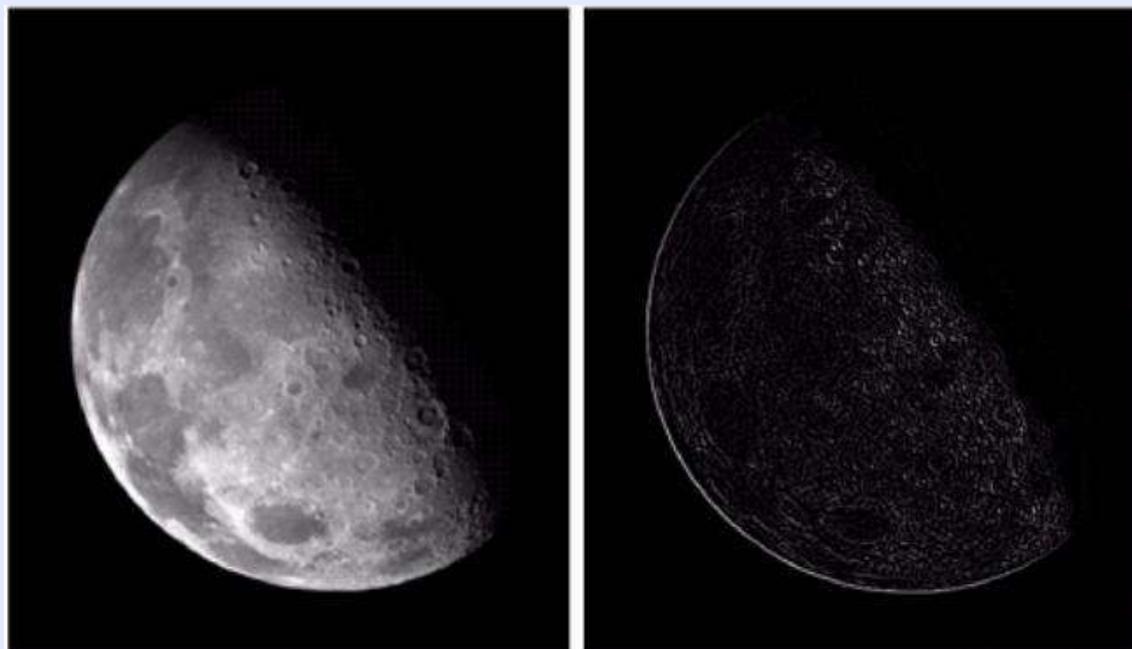


*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*



*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 183 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

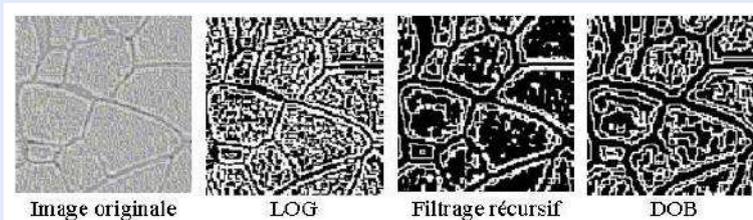
*Fermer*

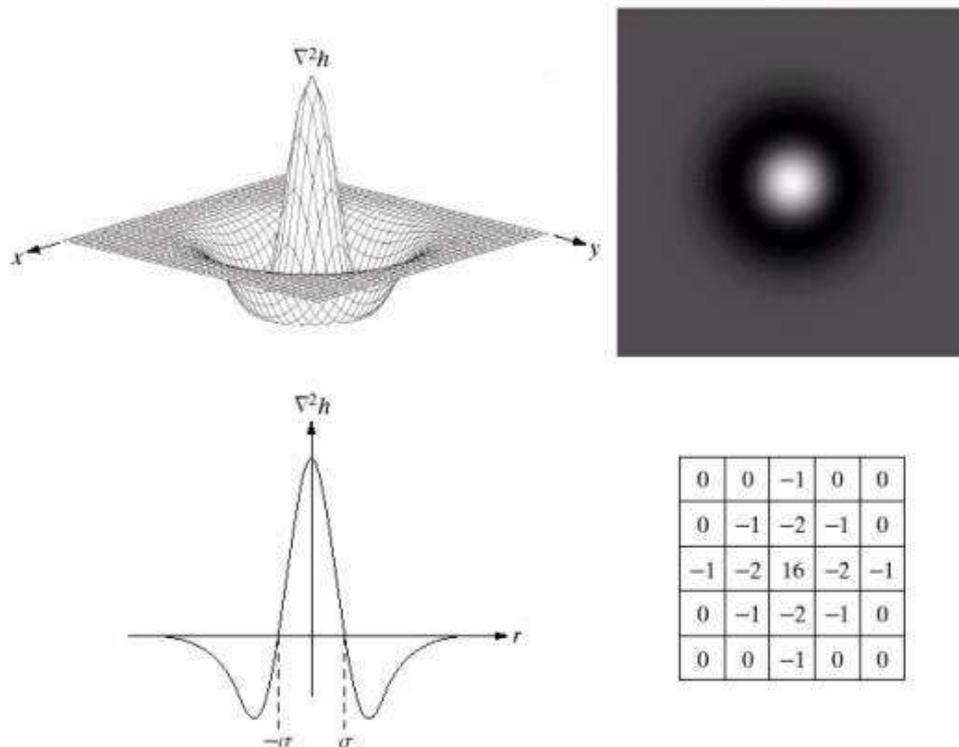
*Quitter*

L'estimation de la dérivée seconde étant par nature très sensible aux bruit, il convient d'effectuer un prétraitement de filtrage fort de l'image, conduisant pour un filtre passe-bas  $\phi$  à

$$\phi * \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) \right)$$

$\phi$  gaussien  $\rightarrow$  filtre LOG (Laplacian Of Gaussian). D'autres variantes existent, dont DOG (Difference Of Gaussian) qui procède par différence de deux gaussiennes dont les écart types sont dans un rapport de 1.6 (simulation du système visuel), et DOB (Difference Of Box), approximation de DOG pour les filtres de grande taille.





a b  
c d

**FIGURE 10.14**  
Laplacian of a Gaussian (LoG).  
(a) 3-D plot.  
(b) Image (black is negative, gray is the zero plane, and white is positive).  
(c) Cross section showing zero crossings.  
(d)  $5 \times 5$  mask approximation to the shape of (a).

Page d'accueil

Page de Titre



Page 185 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

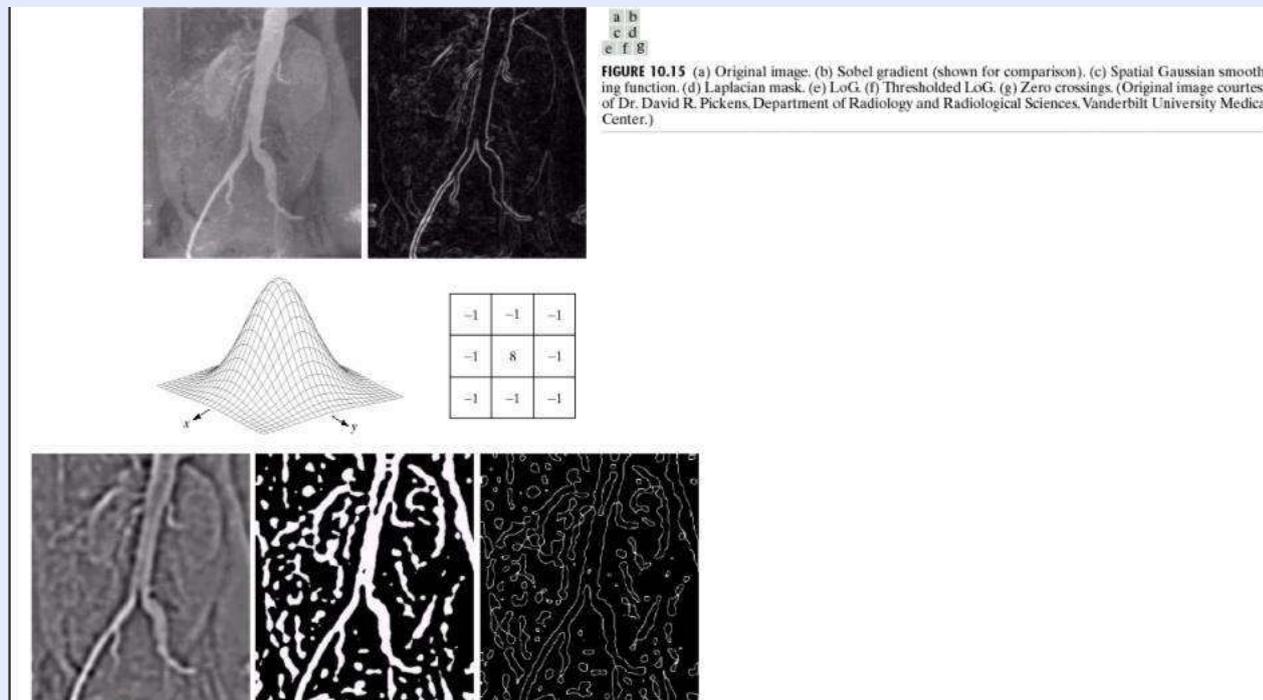


Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification



Page d'accueil

Page de Titre



Page 186 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



*Introduction*

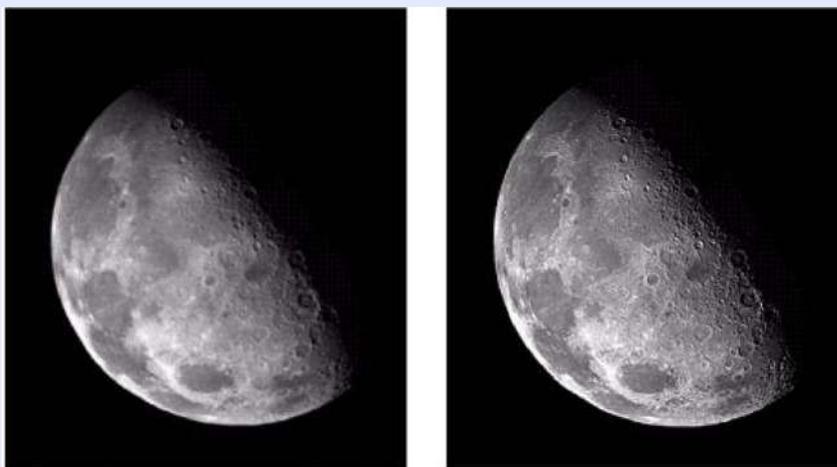
*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

Le laplacien peut servir de prétraitement pour la segmentation de contours :

Soustraire l'image transformée par le Laplacien de l'image originale résulte en une image aux détails rehaussés



*Page d'accueil*

*Page de Titre*

◀ ▶

◀ ▶

Page 187 de 252

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 188 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

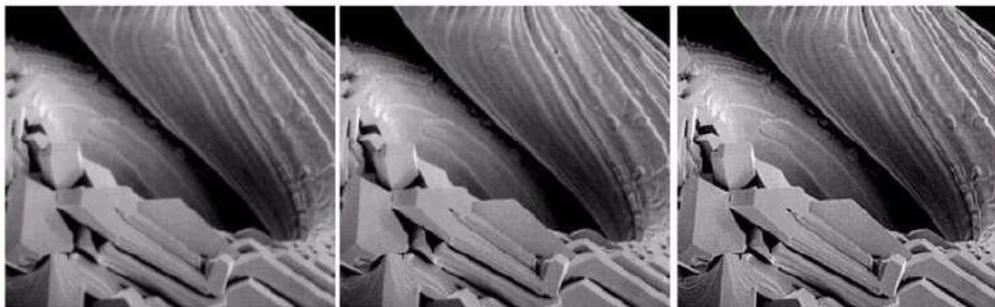
Quitter

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

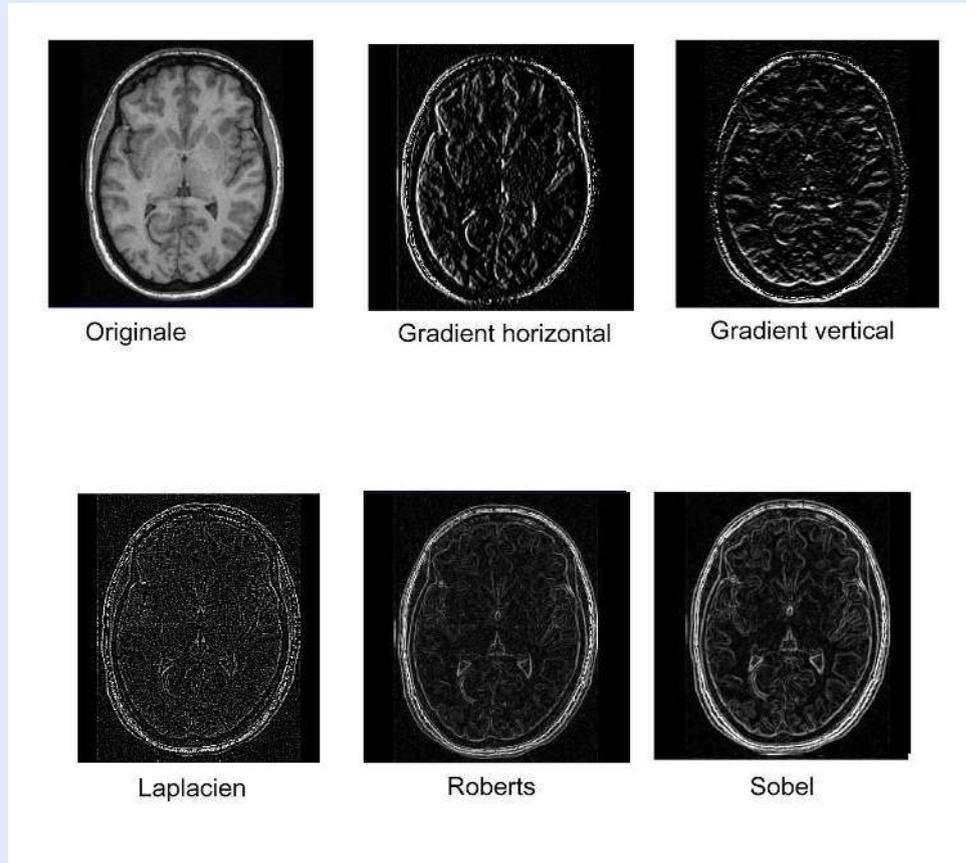
Isotrope  $\pi/2$

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

Isotrope  $\pi/4$



## Récapitulatif



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 189 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

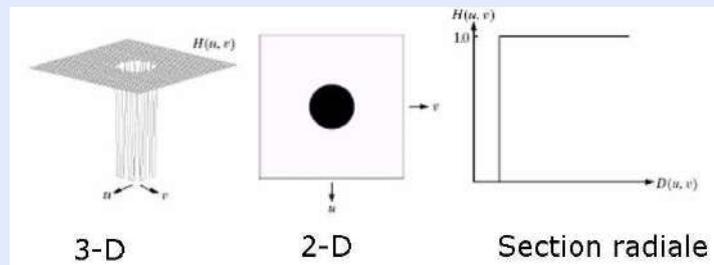
Contour : information haute fréquence  
 $\Rightarrow$  filtrage passe-haut

## filtre passe-haut idéal

- Coupe toutes les basses fréquences avant une distance  $D_0$  du centre

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{si } D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{avec } D(u, v) = \sqrt{\left[ \left( u - \frac{M}{2} \right)^2 + \left( v - \frac{N}{2} \right)^2 \right]}$$





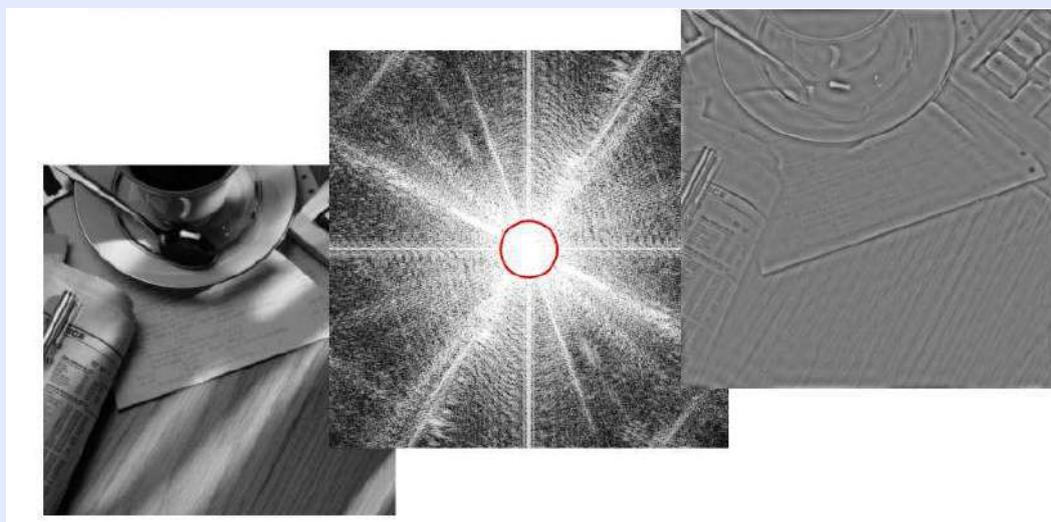
*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

## filtre passe-haut idéal



*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 191 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 192 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## filtre passe-haut idéal 1 ou 1/2

- Coupe 1/2 basses fréquences avant une distance  $D_0$  du centre

$$H(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{avec } D(u, v) = \sqrt{\left[ \left( u - \frac{M}{2} \right)^2 + \left( v - \frac{N}{2} \right)^2 \right]}$$



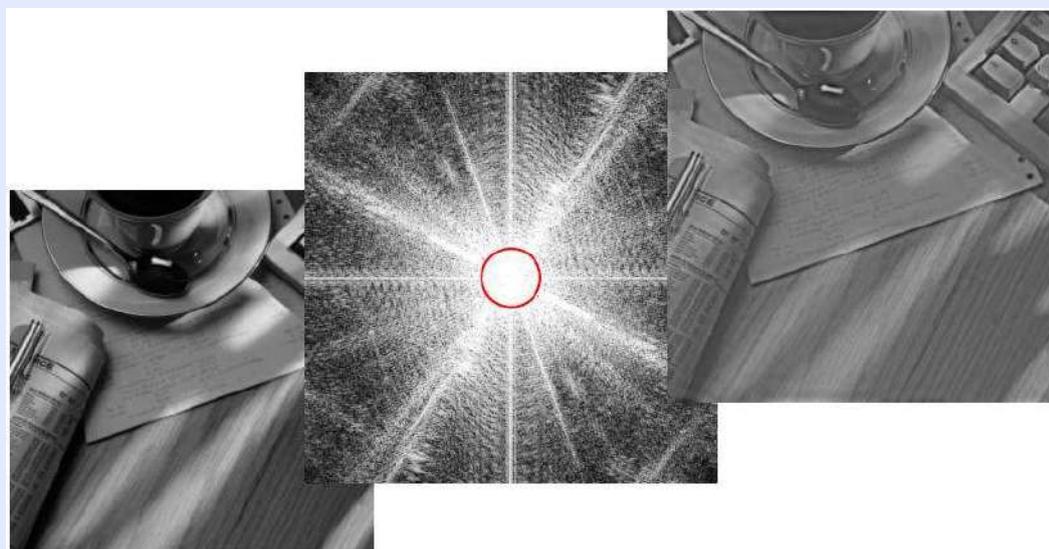
*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

## filtre passe-haut idéal 1 ou 1/2



*Page d'accueil*

*Page de Titre*

◀ ▶

◀ ▶

Page 193 de 252

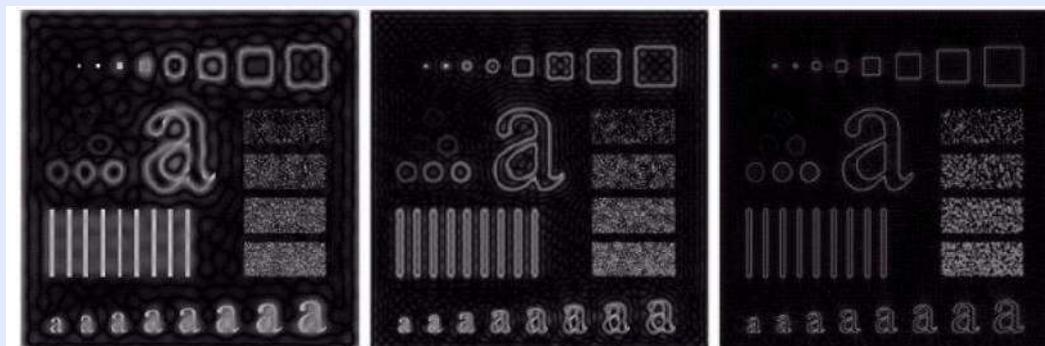
*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

## Effet de la fréquence de coupure $D_0$



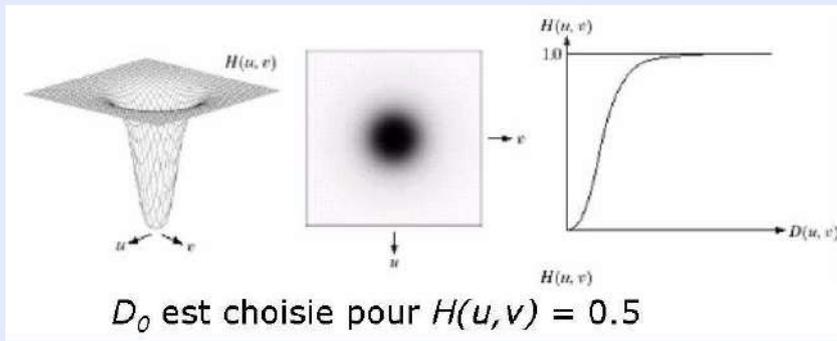
Rayon : 15, 30, et 80 pixels

## Filtre Butterworth passe-haut

Coupe graduellement les basses fréquences selon  $D_0$  et  $n$

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[ \frac{D_0}{D(u, v)} \right]^{2n}}$$

$$D(u, v) = \sqrt{\left[ \left( u - \frac{M}{2} \right)^2 + \left( v - \frac{N}{2} \right)^2 \right]}$$





[Introduction](#)

[Prétraitements](#)

[Segmentation](#)

[Quantification](#)

[Page d'accueil](#)

[Page de Titre](#)

[◀](#) [▶](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 196 de 252

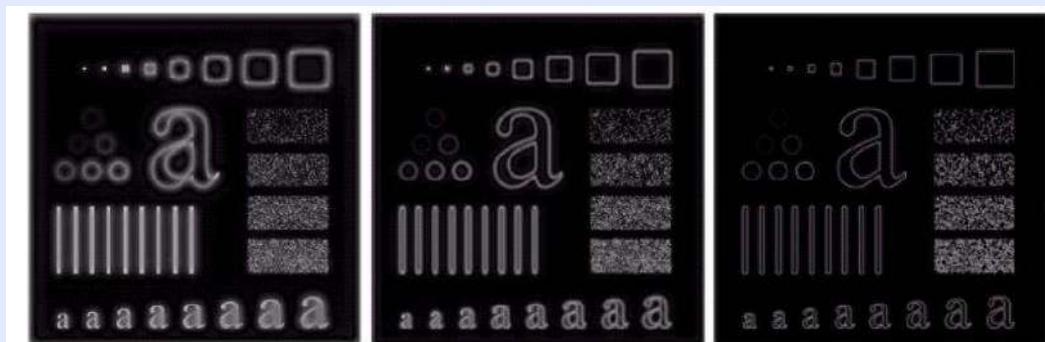
[Retour](#)

[Plein écran](#)

[Fermer](#)

[Quitter](#)

## Filtre Butterworth passe-haut



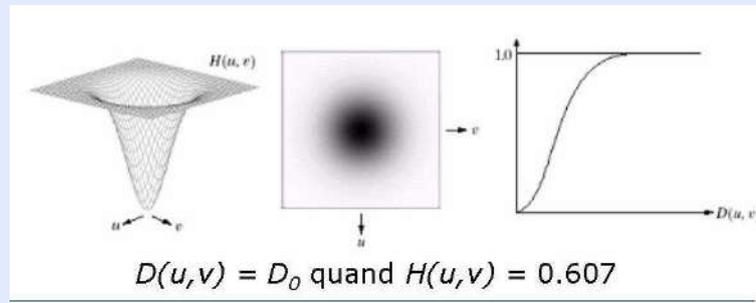
Rayon : 15, 30, et 80 pixels,  $n = 2$

## Filtre Gaussien passe-haut

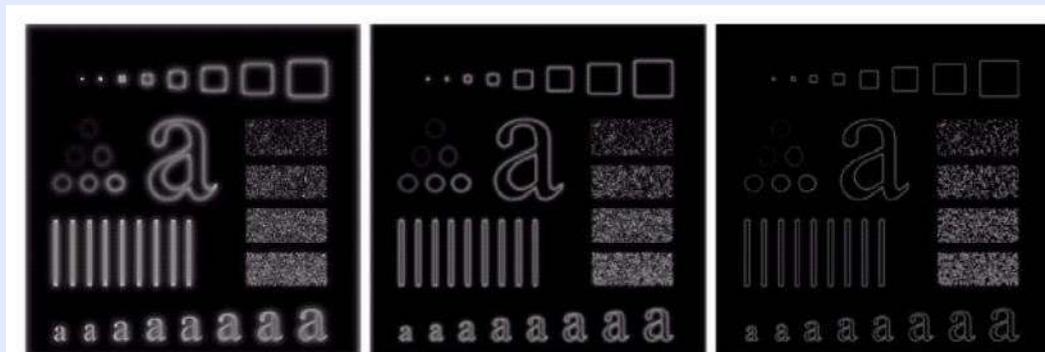
Coupe graduellement les basses fréquences selon  $\sigma$

$$H(u, v) = 1 - e^{-\frac{D^2(u, v)}{2\sigma^2}}$$

$$\sigma = D_0$$



## Filtre Gaussien passe-haut



Rayon : 15, 30, et 80 pixels

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 198 de 252

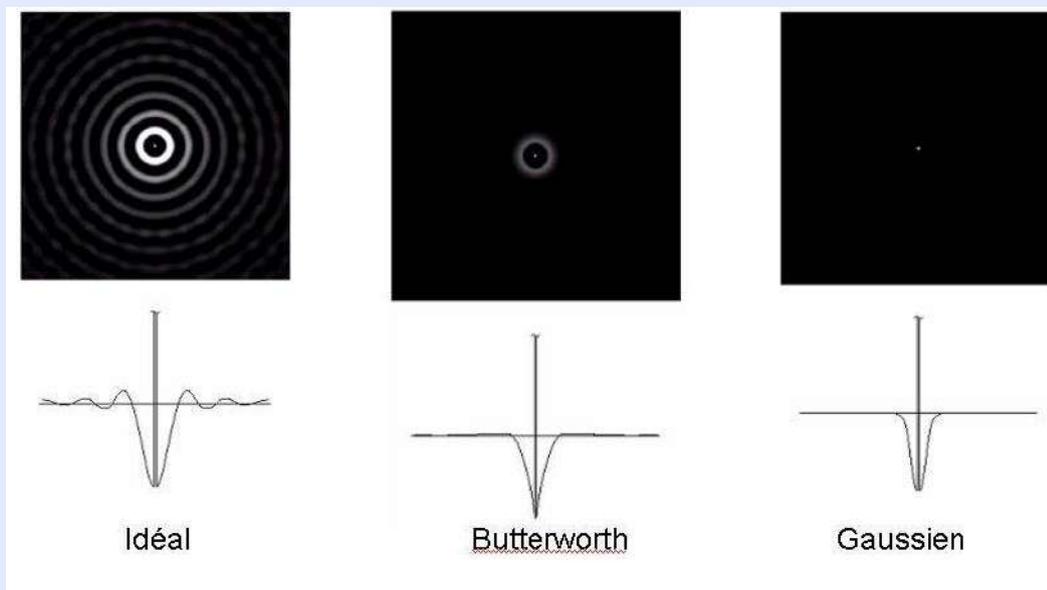
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

## Réverbération (aliasing)



Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 199 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

### 3.3.2 Approches analytiques

En 1986, Canny a proposé un filtre calculé à partir de trois critères non antagonistes

- garantir une bonne détection de contour, même à des niveaux faibles
- garantir une bonne localisation des contours
- assurer une et une seule détection par contour

Le **filtre de Canny** est obtenu en exprimant ces trois critères sous la forme de l'optimisation conjointe de trois fonctionnelles, et l'auteur a démontré qu'il était linéaire et optimal pour la détection d'une marche d'escalier sous l'hypothèse d'un bruit additif indépendant du signal.

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 200 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

$\phi$  : réponse impulsionnelle du filtre 1D

- bonne détection :  $f_1 = \frac{\int_0^\infty \phi(x)dx}{\sqrt{\int_{-\infty}^\infty \phi^2(x)dx}}$
- bonne localisation :  $f_2 = \frac{\phi'(0)}{\sqrt{\int_{-\infty}^\infty \phi'^2(x)dx}}$
- réponse unique :  $f_3 = \frac{|\phi'(0)|}{\sqrt{\int_{-\infty}^\infty \phi'^2(x)dx}}$

Résolution : maximiser  $f_1$  et  $f_2$  sous la contrainte  $f_3$  L'application en 2D est effectuée par action de deux filtres croisés en  $x$  et  $y$ . (idem  $nD$ )



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 202 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

Le filtre de Deriche répond aux mêmes exigences que le filtre de Canny, mais possède en plus une réponse impulsionnelle infinie. Il a donc pu être synthétisé de manière récursive, et a pour expression générale

$$\phi(x) = -\frac{(1 - e^{-\alpha})^2}{e^{-\alpha}} e^{-\alpha|x|}$$

avec  $\alpha = \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma}$  relié à une notion d'échelle de contour.

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[«](#) [»](#)[«](#) [»](#)

Page 203 de 252

[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

Plus généralement, dans une approche moderne de la détection des contours, un filtre de détection se compose de deux estimateurs de dérivées, l'un selon  $x$ , l'autre selon  $y$ . L'un de ces détecteurs (choisissons celui selon  $x$ ) se compose du produit de 2 fonctions :

- selon  $y$  c'est une fonction passe-bas, symétrique (la fonction de prolongement), dont l'étendue est fonction de l'importance du bruit et de la distance que l'on souhaite respecter entre deux contours
- selon  $x$ , c'est une fonction passe-haut (anti-symétrique), souvent égale à la dérivée de la précédente.

Les couples "fonctions de prolongement - dérivées" sont typiquement issus de la gaussienne (Canny), de l'exponentielle décroissante (Shen et Castan) ou du produit de l'exponentielle par  $x$  (Deriche)



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*

◀ ▶

◀ ▶

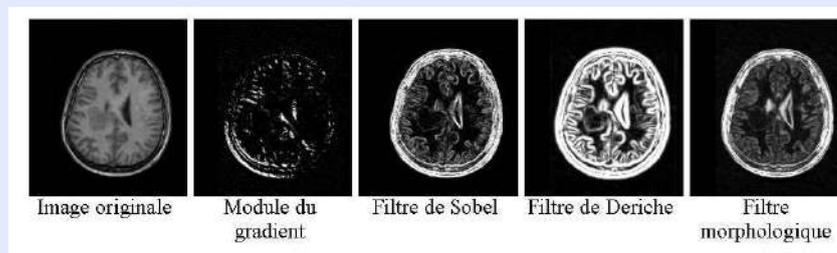
Page 204 de 252

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

### 3.3.3 Approches physiques

Une approche très différente des méthodes vues jusqu'ici a été proposée à la fin des années 80 par Dmitri Terzopoulos, sous la forme de contours pouvant se déplacer dans l'image pour aller rejoindre les vallées de niveaux de gris, et donc les contours. Ces contours actifs, ou snakes, se déforment sous l'action de plusieurs forces :

- une énergie propre, assimilée à l'énergie mécanique de tension et de torsion d'une ligne matérielle
- une énergie potentielle, imposée par l'image qui vise à amener la courbe sur les contours (on parle d'attache aux données)
- une énergie externe, produite par l'utilisateur pour traduire les contraintes spécifiques au problème de segmentation qu'il se pose.

Sous ces énergies, le contour actif va rechercher la position d'énergie minimale.

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 205 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)
[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)
[Page 206 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

Définition paramétrique du contour, en fonction d'une variable  $s$  dans  $[0, 1]$  (abscisse curviligne par exemple) :

$$P(s) = \begin{pmatrix} x(s) \\ y(s) \end{pmatrix}.$$

L'énergie totale du contour  $C$  s'exprime sous la forme :

$$E(c) = \int_0^1 (E_{\text{interne}}(P(s)) + E_{\text{image}}(P(s)) + E_{\text{externe}}(P(s))) ds$$

où

$$\begin{aligned} E_{\text{interne}}(P(s)) &= \alpha(s) \left( \frac{dP(s)}{ds} \right)^2 + \beta(s) \left( \frac{d^2P(s)}{ds^2} \right)^2 \\ &= \text{tension} + \text{variation de courbure} \end{aligned}$$

et

–  $\alpha(s)$  : coefficient d'élasticité

–  $\beta(s)$  : constante de raideur

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 207 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

- $E_{\text{image}}$  = terme d'attache aux données : caractérise les contours que l'on souhaite approcher. Dans le cas de la détection simple de contours, ce sont par exemple les lignes de fort gradient,

$$\Rightarrow E_{\text{image}} \propto -\nabla f$$

- $E_{\text{externe}}$  : énergie externe : permet par exemple de contraindre le contour à ressembler à un profil de contour type, à s'approcher d'un contour déjà détecté dans une séquence temporelle,...


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)

Résolution : approche variationnelle : en supposant que le contour évolue vers un minimum d'énergie, et en désignant par  $P'$  et  $P''$  les dérivées de  $P$  le long de la courbe, on obtient une équation différentielle vectorielle du type

$$\gamma(s) \frac{\partial P(s)}{\partial s} + (\alpha(s)P')' - (\beta(s)P'')'' = \frac{\partial |\nabla f|^2}{dP}$$

Discrétisations :

- par différences finies : les éléments de la courbe sont réduits en des points auxquels sont attachés les éléments mécaniques (masse, raideur...)
- par éléments finis : la courbe est discrétisée en segments auxquels sont attachés les éléments mécaniques (masse, raideur...) moyens des points du segment

[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)
[Page 208 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



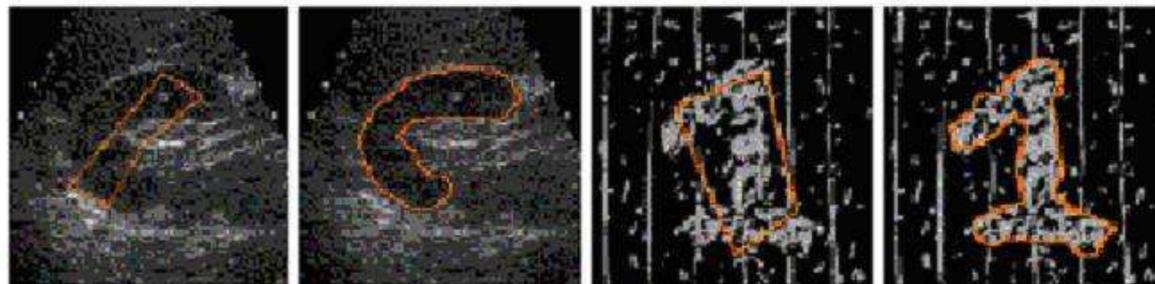
*Page 209 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*



Initial

Final

Initial

Final

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 210 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

Level sets (ensembles de niveaux) : représentations variationnelles de contours qui évoluent dans le temps, mais différent des contours actifs en ce que le contour calculé peut changer de topologie et, par exemple, changer de connexité (un contour simple peut par exemple donner naissance à plusieurs contours fils qui vont évoluer séparément).

Principe général : plonger l'espace de représentation de l'image (de dimension  $n=2$  ou  $3$ ) dans un espace de dimension  $n+1$ .

→ contour défini comme l'ensemble de niveau 0 de la fonction représentant le contour dans ce nouvel espace.

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 211 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

En dimension 2,  $P(s)$  est une ligne de niveau  $z = 0$  de la surface  $z = f(x, y)$ , souvent prise comme la distance au contour.

Sur le contour, on a :

$$\frac{dz}{ds} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

et la courbe de niveau évolue selon

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \|\nabla z\| \cdot N \wedge \frac{dP}{dt}$$



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 212 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

Petits films...

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 213 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Attention au problème de fermeture de contours

La plupart des méthodes de détection de contour (contours actifs et zéros du laplacien à part), fournissent des contours ouverts, qu'il convient de fermer par un post traitement pour avoir une segmentation interprétable.

- programmation dynamique à partir de graphes (recherche d'un chemin reliant deux extrémités)
- automates



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 214 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 215 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## 4 Quantification

Objectif final du processus de traitement d'images : proposer à l'utilisateur un certain nombre d'indices et d'informations sur les objets qui ont été segmentés.

- quantification géométrique
- quantification radiométrique

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 216 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## 4.1 Quantification géométrique

Les opérations et algorithmes morphologiques, ainsi que les procédés de segmentation, permettent de séparer les objets d'intérêt dans l'image.

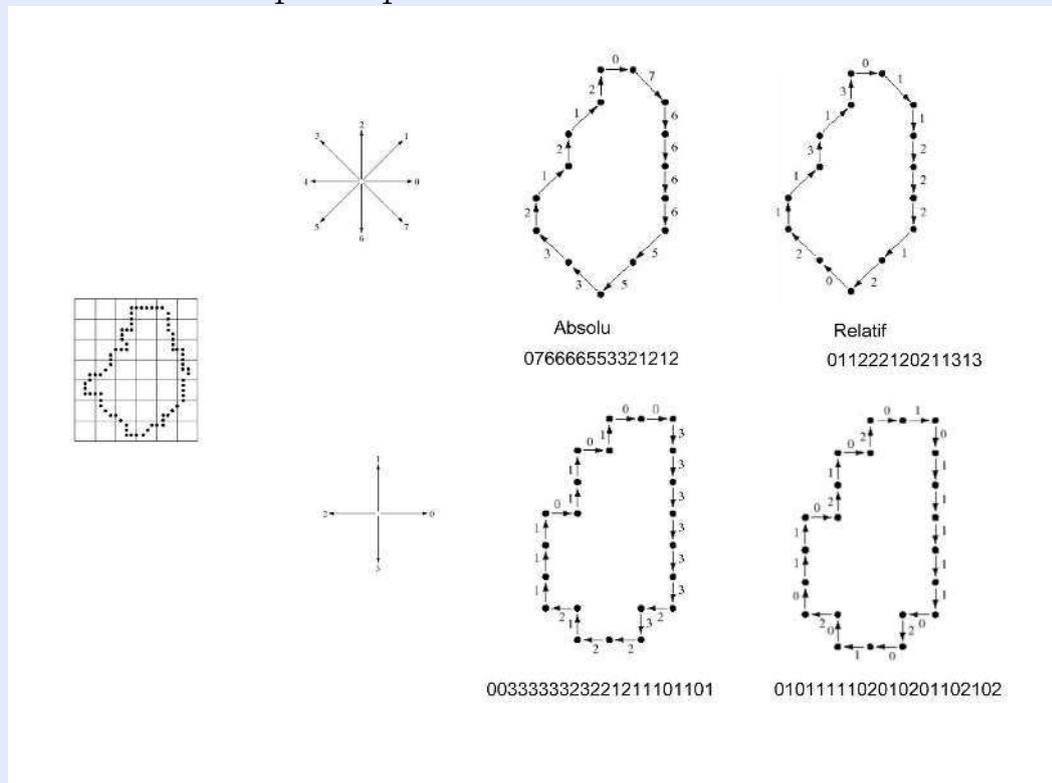
Il s'agit maintenant de décrire géométriquement ces objets

- description de forme
- caractéristiques géométriques d'un objet
- approximation de forme



### 4.1.1 Codage de contour

contour = petits segments connectés de longueur et d'orientation spécifiques



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 217 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 218 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Codage de contour

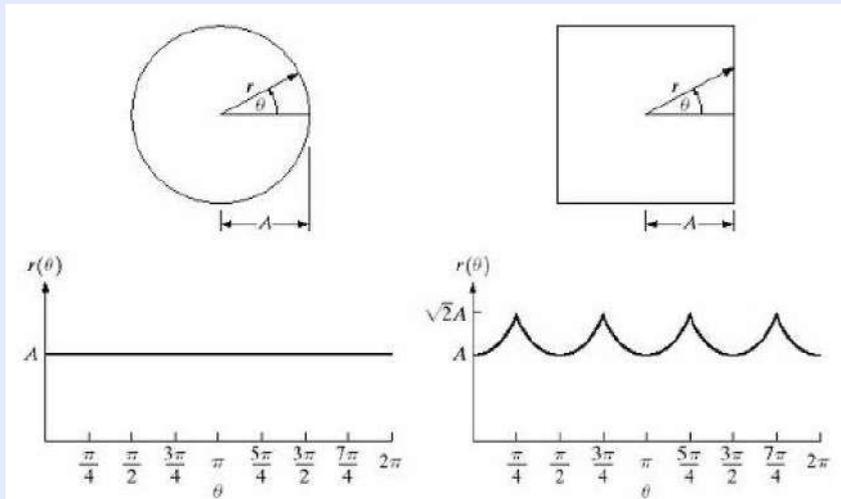
Codage de Freeman (1961) : encore utilisé (transmission d'images par zones dans le standard MPEG). Ceci tient en particulier aux bonnes propriétés de ce système, parmi les lesquelles on peut citer :

- rapidité de codage d'une courbe par transformation affine (un changement d'échelle isotrope de facteur  $k$  est codé en répétant  $k$  fois chaque descripteur, et une rotation de  $k \cdot \pi/2$  est obtenue en ajoutant ou retranchant  $k$  modulo 4 (ou 8 en 8 connexité) au code initial) ;
- longueur d'une courbe = nombre de descripteurs en 4 connexité, ou nombre de descripteurs pairs + 2. nombre de descripteurs impairs en 8-connexité) ;
- bonne capacité de compression : remplacement de séquences de  $p$  descripteurs consécutifs par un descripteur équivalent ;
- bonne capacité à intégrer un schéma de reconnaissance des formes

## 4.1.2 Signatures

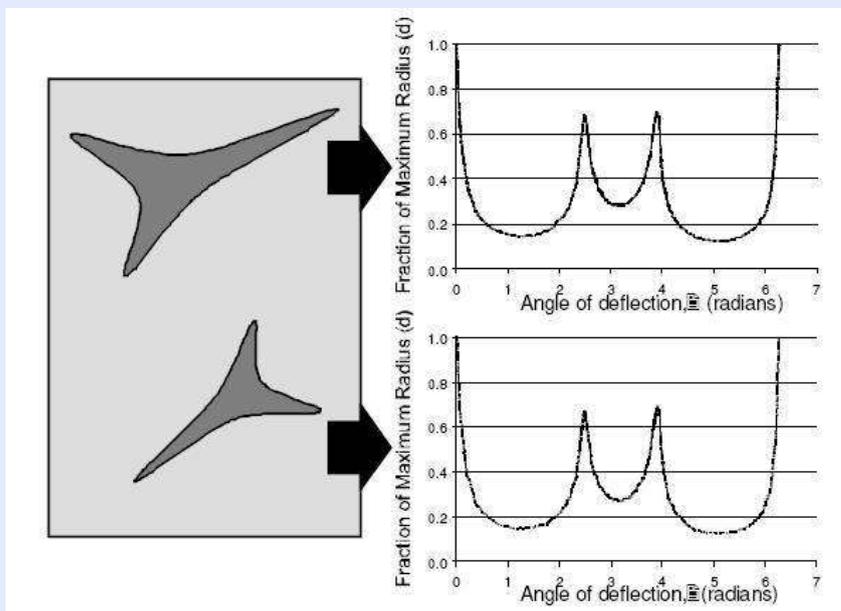
Représentation en une dimension du contour de l'objet

Peut être la distance du centre vers l'angle de rotation de l'axes des  $x$



Prise en compte de l'invariance affine

- par translation
- par rotation
- par mise à l'échelle





Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



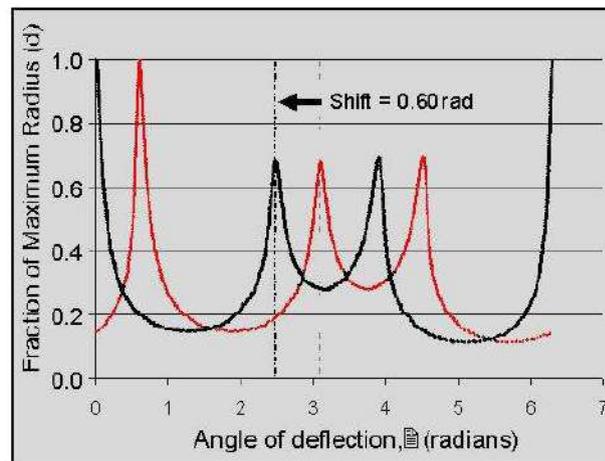
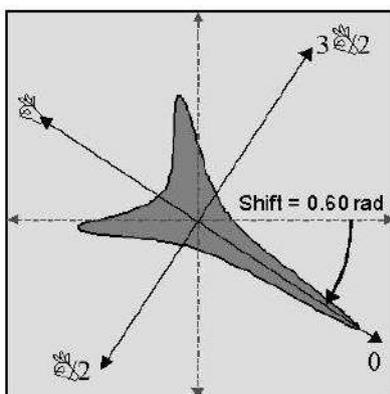
Page 221 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter





Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



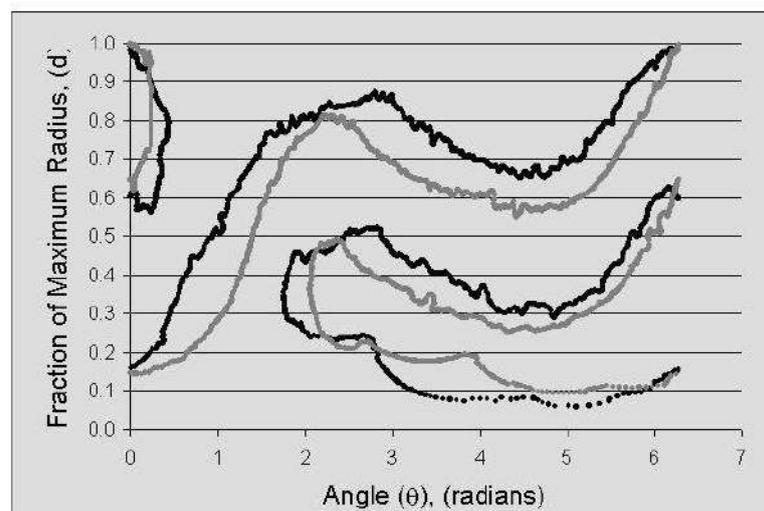
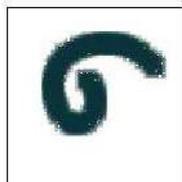
Page 222 de 252

Retour

Plein écran

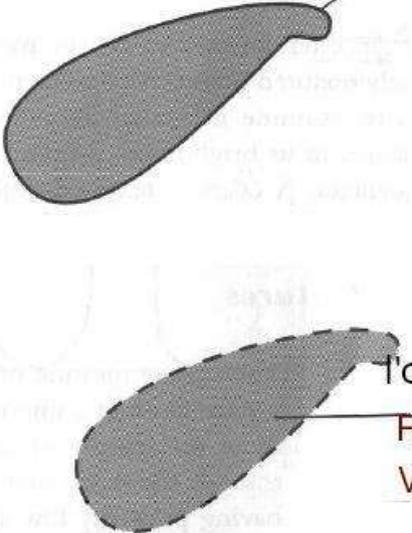
Fermer

Quitter



Shape Similarity = 67.09 %

## Caractéristiques géométriques d'un objet



**Périmètre**

La longueur en pixel de la circonférence de l'objet  
hor.&vert.=1 Diag.= $\sqrt{2}$

**Aire**

Nombre de pixels dans l'objet (incluant contour)  
Rondeur =  $(4\pi \times \text{aire}) / \text{périmètre}^2$   
Valeurs 0-1, cercle=1

Page d'accueil

Page de Titre



Page 223 de 252

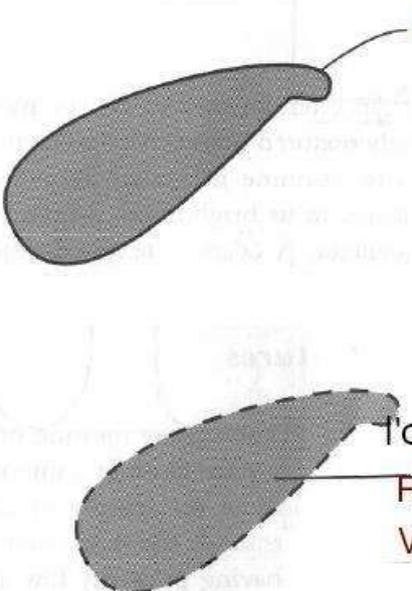
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

### 4.1.3 Caractéristiques géométriques d'un objet



**Périmètre**

La longueur en pixel de la circonférence de l'objet  
hor.&vert.=1 Diag.= $\sqrt{2}$

**Aire**

Nombre de pixels dans l'objet (incluant contour)  
Rondeur =  $(4\pi \times \text{aire}) / \text{périmètre}^2$   
Valeurs 0-1, cercle=1

Page d'accueil

Page de Titre

◀ ▶

◀ ▶

Page 224 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 225 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

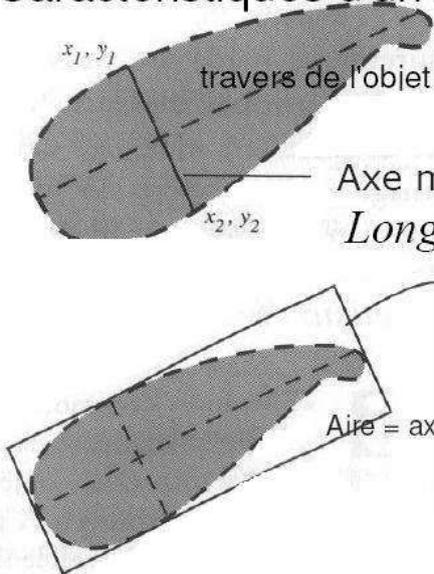
**Axe majeur**

La ligne la plus longue traversant l'objet

$$\text{Longueur} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

**Angle de l'axe majeur ...**  
... avec l'axe des x

$$\text{Angle} = \tan^{-1} \left[ \frac{(y_2 - y_1)^2}{(x_2 - x_1)^2} \right]$$



La ligne la plus longue au travers de l'objet qui est  $\perp$  à l'axe majeur

Axe mineur

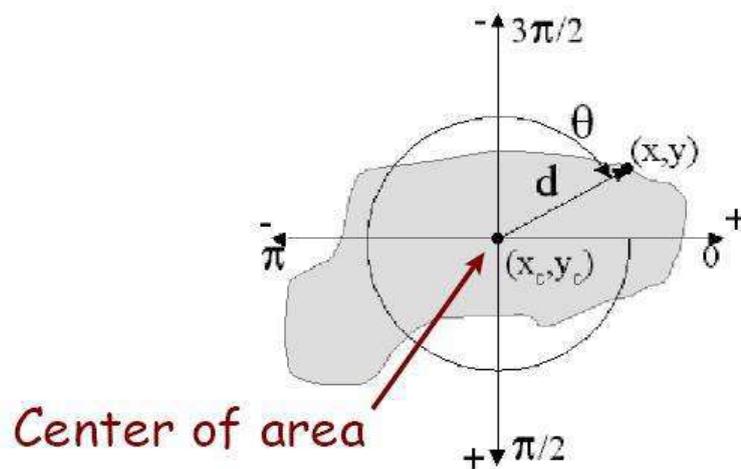
$$\text{Longueur} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Boite enveloppante  
Boite optimale qui contient l'objet

Aire = axes majeur X axes mineur

## Centre de masse

- $\bar{x}$  = somme des pixels en  $x$  / nbre de pixel
- $\bar{y}$  = somme des pixels en  $y$  / nbre de pixel



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

## Moments

Connaissant l'objet binaire, une représentation géométrique classique de sa forme consiste à en mesurer les divers moments :

$$M_{mn} = \int \int x^m y^n f(x, y) dx dy$$

En particulier, les moments centrés par rapport au centre d'inertie  $(x_c, y_c)$  sont invariants par translation

$$\widehat{M}_{mn} = \int \int (x - x_c)^m (y - y_c)^n f(x, y) dx dy$$

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 228 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 229 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Propriétés

- Les moments d'inertie (valeurs propres de la matrice d'inertie, de termes  $\widehat{M}_{mn}$  avec  $m + n = 2$ ) sont invariants par rotation.
- Les moments d'inertie normés par la plus grande valeur propre sont invariant par similitude
- ils décrivent bien l'allongement de formes régulières

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)

## 4.1.4 Polygones de Guzman

Principe : envelopper l'objet dans des boîtes de plus en plus petites, et de plus en plus adaptées à la forme de l'objet. Formes prototype construits sur un maillage carré de manière systématique et se classent en niveaux en fonction de la longueur de leur périmètre.

Dans chaque niveau, les divers prototypes sont identifiés par un indice, et la forme la plus simple (le carré de côté 1) a une longueur 4 (et donc appartient au niveau 2).

Afin de tenir compte des symétries et des rotations de  $\pi/2$ , toutes les formes identiques par rotation modulo  $\pi/2$  et toutes les formes identiques par symétrie droite sont rapportées à un même prototype d'un dictionnaire des formes

⇒ Un objet quelconque est donc décrit par une suite d'indices le décrivant à différents niveaux de résolution.

[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 230 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



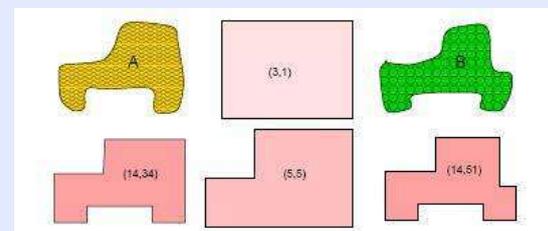
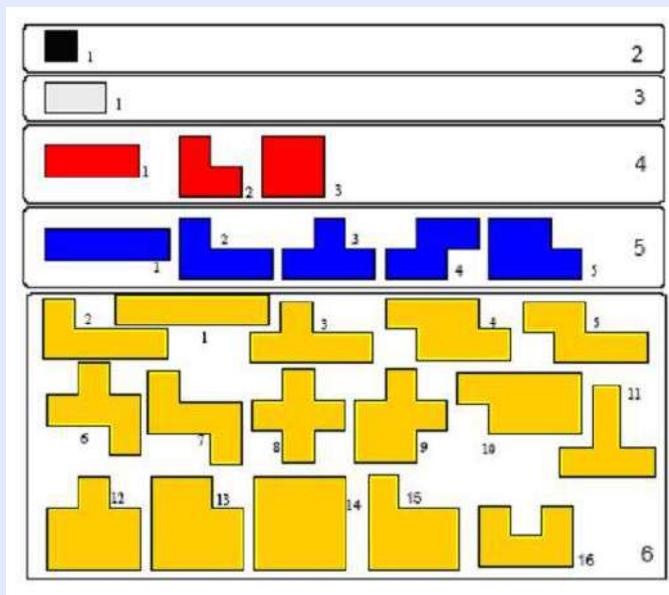
Page 231 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter




[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)

### 4.1.5 descripteurs de Fourier

- contour : courbe continue décrite par son abscisse curviligne  $s$
  - paramétrage :  $\phi(s)$  : angle fait par le vecteur tangent en chaque point et celui au point origine
  - construction de  $\Phi(t) = \phi\left(\frac{2\pi s}{L}\right) - \frac{2\pi s}{L}$
- $\Phi$  : fonction  $2\pi$  périodique  $\Rightarrow$  admet un développement en série de Fourier

$$\Phi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z_k e^{-ikt}$$

$a_k$  : descripteur de Fourier

- invariants par transformation affine
- invariants par changement d'origine

[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)
[Page 232 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

Page d'accueil

Page de Titre



Page 233 de 252

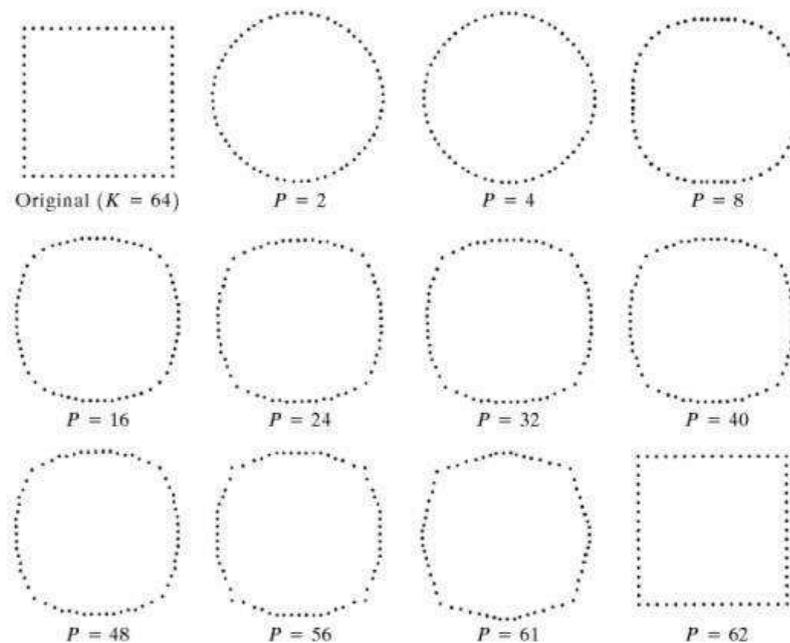
Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

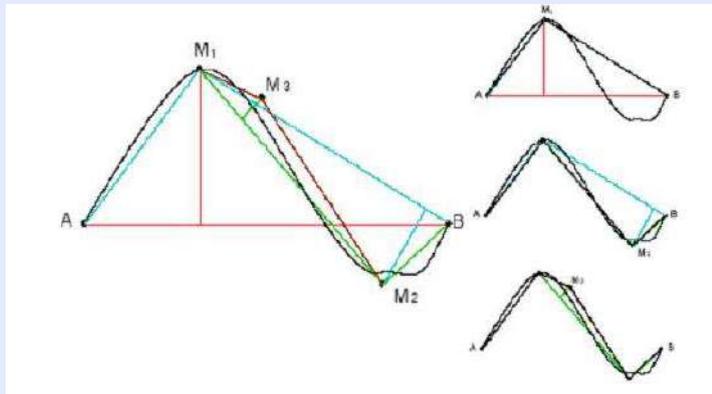
**FIGURE 11.14**  
 Examples of reconstruction from Fourier descriptors.  $P$  is the number of Fourier coefficients used in the reconstruction of the boundary.



## 4.1.6 Approximations polynomiales

*Simplification de contours* - exemple de l'algorithme de la corde

processus de division récursive ou itérative de la courbe : les sommets du polygone sont choisis successivement comme les points de la courbe les plus éloignés des cordes précédemment tirées. Le processus stoppe lorsque la nouvelle distance candidate est inférieure à un seuil fixé.





Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

### *Utilisation de splines*

L'approximation d'un contour par des polynômes de degré  $n$  est en soit une bonne idée, mais il faut bien choisir ce degré :

- le degré 1 assure la continuité du contour mais aucune flexibilité
- le degré 2 permet d'avoir des dérivées continues
- le degré 3 permet d'avoir des courbures continues

Au delà, le polynôme a trop de degrés de libertés et la convergence uniforme du polynôme vers la courbe n'est plus nécessairement assurée.

Les fonctions splines permettent d'approcher (ou d'inter-poler) un contour de manière satisfaisante.

Page d'accueil

Page de Titre



Page 235 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)

Spline d'ordre  $k$  définie par morceaux en fonction

- d'une variable continue  $t \in [0, 1]$
- d'un découpage de  $[0, 1]$  en  $r+k$  sous intervalles  $[t_j, t_{j+1}]$
- de  $m$  points de contrôle  $P_i$

Le morceau  $i$  est défini par :

$$Q_i(t) = \sum_{j=0}^{k-1} P_j N_r^k(t)$$

où les  $N_r^k$  sont les polynômes de Cox de Boor définis de manière récursive par

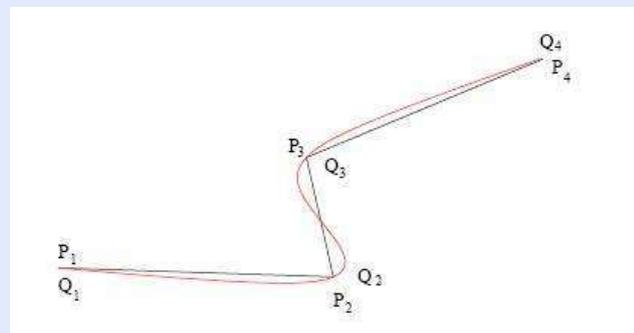
$$N_r^1(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_t \leq t \leq u_{r+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$N_r^k(t) = \frac{t-t_r}{t_{r+k-1}-t_r} N_r^{k-1}(t) + \frac{t_{r+k}-t}{t_{r+k}-t_{r+1}} N_{r+1}^{k-1}(t)$$

[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)
[Page 236 de 252](#)
[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)

Avec une telle définition, il est possible de faire

- de l'approximation
- de l'interpolation



[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[«](#) [»](#)[«](#) [»](#)[Page 238 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## 4.1.7 Transformée de Hough

Outil très puissant pour le traitement d'images et la reconnaissance des formes.

Ici : on l'utilise uniquement pour répondre à la question :

Connaissant un ensemble de  $N$  pixels  $\mathcal{P}$  (potentiellement bruité) appartenant à une frontière que l'on sait polygonale, comment déterminer le nombre de segments impliqués dans cette ligne polygonale et leur position ?

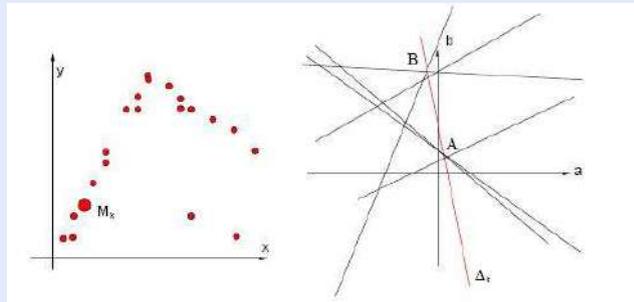
Solution de Hough : transformer un problème inconnu (retrouver des droites) en un problème mieux connu : retrouver des nuages de points.

→ On associe à l'espace image  $\mathcal{I}$  un espace de paramètres  $\mathcal{H}$

## Transformation de 1 à $m$

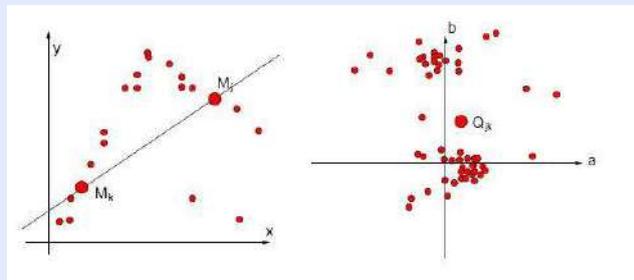
On associe

1. à tout point  $M_i = (x_i, y_i)$  de  $\mathcal{P}$  toutes les droites du plan. Elles sont définies dans  $\mathcal{H}$  par un couple  $(a, b)$  tel que  $b = -ax_i + y_i$ .
2. Lorsque l'on transforme tous les points de  $\mathcal{P}$  par la transformation, on associe à  $\mathcal{I}$  un ensemble de droites qui, idéalement, se coupent en des points  $H_k$ .
3. Les transformés des  $H_k$  sont les droites cherchées dans  $\mathcal{I}$ .



## Transformation de $m$ à 1

1. On associe à tout bipoint  $(M_i, M_j)$  une droite  $\Delta_{ij}$  de  $\mathcal{I}$  qui se transforme en un unique point  $Q_{ij}$  de  $\mathcal{H}$ .
2. En recombinant tous les couples de points de  $\mathcal{P}$ , on obtient tous les points  $Q$  de  $\mathcal{H}$ .
3. L'espace de Hough est alors constitué de  $N(N - 1)/2$  points que l'on identifie immédiatement aux intersections des droites obtenues par la transformation de 1 à  $m$ .





Dans la pratique,  $\mathcal{H}$  est discrétisé. Chaque cellule  $(a_i, b_i)$  est un accumulateur.

Elle contiendra un nombre d'autant plus important que la droite  $y = a_i x + b_i$  sera plus probable dans  $\mathcal{I}$

1. Les points sont visités individuellement : Chaque hypothèse donne naissance à des votes pour des cellules particulières. Pour chaque vote, l'accumulateur de la cellule est incrémenté de 1.
2. Lorsque tous les candidats ont voté, on recherche les accumulateurs de  $\mathcal{H}$  localement maximaux

Rem :

- pour la détection de droite, on préfère travailler en polaires (paramètres bornés)
- toute forme paramétrisable par un nombre réduit de paramètres peut faire l'objet d'une transformation de Hough (nombre de paramètres = dimension de  $\mathcal{H}$ ).

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 241 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

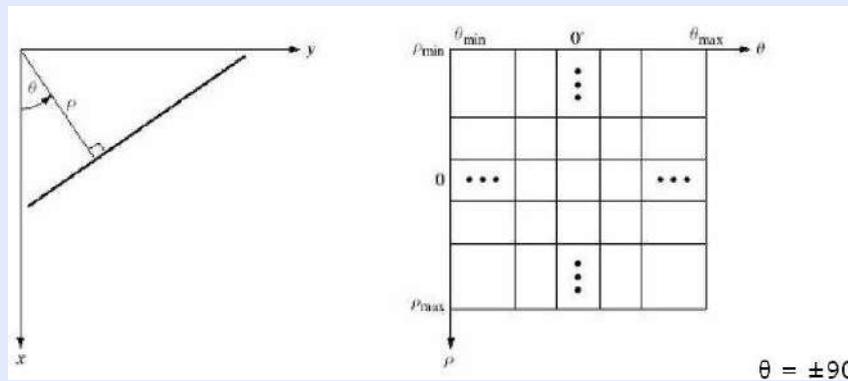


Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification

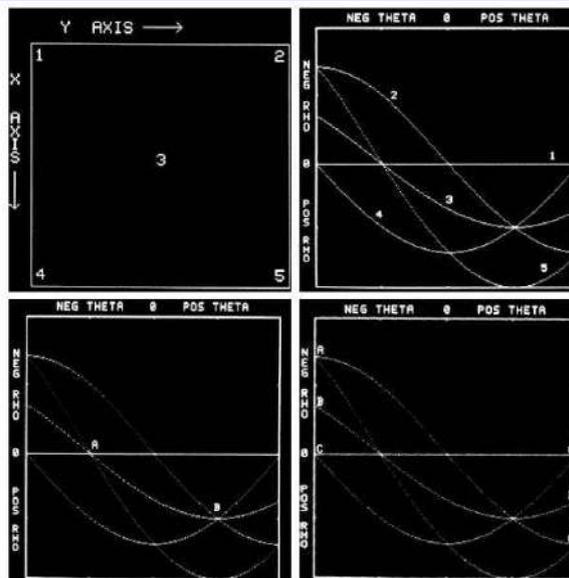


$\theta = \pm 90$

a b  
c d

**FIGURE 10.20**  
Illustration of the Hough transform.  
(Courtesy of Mr. D. R. Cate, Texas Instruments, Inc.)

$$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$$



Page d'accueil

Page de Titre



Page 242 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

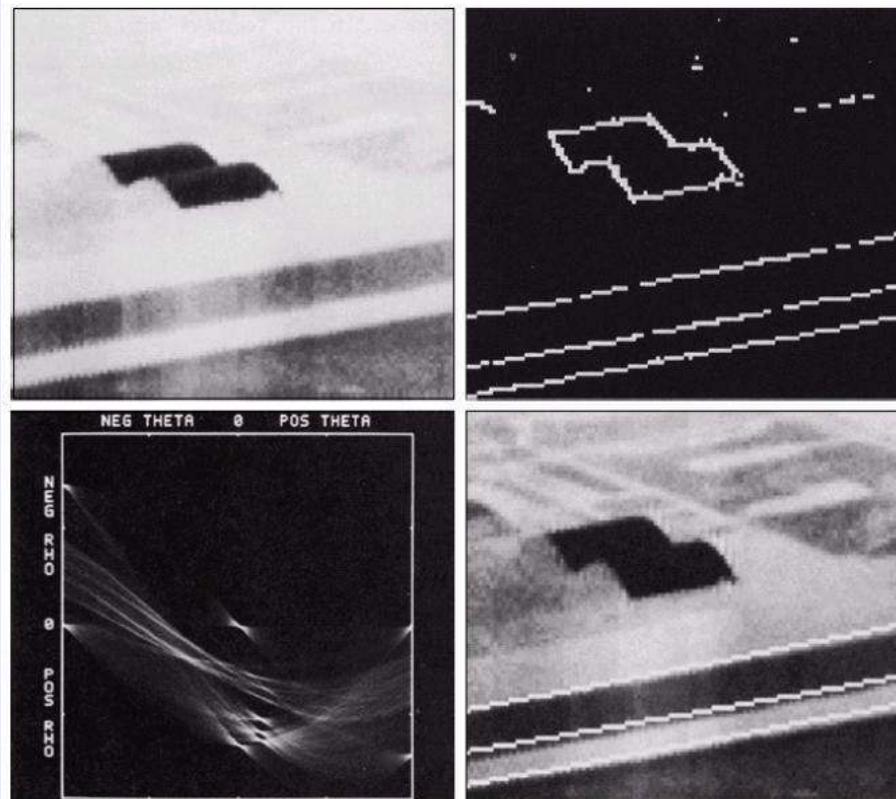


Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification



a b  
c d

**FIGURE 10.21**

(a) Infrared image.  
(b) Thresholded gradient image.  
(c) Hough transform.  
(d) Linked pixels.  
(Courtesy of Mr. D. R. Cate, Texas Instruments, Inc.)

Page d'accueil

Page de Titre



Page 243 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 244 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## 4.2 Quantification radiométrique

Par de là la forme des objets, il est intéressant de quantifier l'ensemble des niveaux de gris les constituant :

- activité fonctionnelle d'un organe en imagerie médicale
- expression d'un gène sur des images de puces à ADN
- caractérisation de régions sur des images satellite.

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 245 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

Par de là la forme des objets, il est intéressant de quantifier l'ensemble des niveaux de gris les constituant :

- activité fonctionnelle d'un organe en imagerie médicale
- expression d'un gène sur des images de puces à ADN
- caractérisation de régions sur des images satellite.

Essentiellement, la mesure est effectuée par des indices statistiques

- du premier ordre
- du second ordre

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 246 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## 4.2.1 Indices du premier ordre

- moyenne
- écart-type
- skewness

– ..

en bref, moments du premier ordre sur l'histogramme

Les moments de l'histogramme sont utiles mais ne considèrent pas la position relative des tons de gris

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 247 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## 4.2.2 Indices du second ordre

On peut "dénombrer" les pixels dans une position relative qui ont une valeur de gris similaire ou non  $\Rightarrow$  Analyse de cooccurrence

Nombreuses applications, dont voici un exemple : analyse de texture par les critères d'Haralick

[Introduction](#)[Prétraitements](#)[Segmentation](#)[Quantification](#)[Page d'accueil](#)[Page de Titre](#)[Page 248 de 252](#)[Retour](#)[Plein écran](#)[Fermer](#)[Quitter](#)

## Caractérisation de textures : Haralick

$$C(m, n) = \{(M, N) \in I^2 / I(M) = m, I(N) = n, N = M+T\}$$

Probabilité jointe de l'amplitude d'un point  $M$  et de  $N = M+T$ , obtenue en décomptant les occurrences des niveaux de gris  $m$  de  $M$  et  $n$  de  $N$


[Introduction](#)
[Prétraitements](#)
[Segmentation](#)
[Quantification](#)

$$\text{Energie : } E = \sum_m \sum_n C(m, n)^2$$

$$\text{Entropie : } S = - \sum_m \sum_n C(m, n) \log(C(m, n))$$

$$\text{Corrélation : } c = \sum_m \sum_n \frac{(mnC(m,n) - \mu_m \mu_n)}{\sigma_m \sigma_n} \text{ avec :}$$

$$\mu_m = \frac{1}{N} \sum_n C(m, n)$$

$$\mu_n = \frac{1}{N} \sum_m C(m, n)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{N} \sum_n (C(m, n) - \mu_m)^2$$

$$\sigma_n = \frac{1}{N} \sum_m (C(m, n) - \mu_n)^2$$

$$\text{Contraste } C = \sum_m \sum_n (m - n)^2 C(m, n)$$

$$\text{Homogénéité } H = - \sum_m \sum_n \frac{C(m, n)}{1 + |m - n|}$$

[Page d'accueil](#)
[Page de Titre](#)
[◀](#)
[▶](#)
[◀](#)
[▶](#)

Page 249 de 252

[Retour](#)
[Plein écran](#)
[Fermer](#)
[Quitter](#)



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 250 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*

L'analyse de texture est un domaine vaste dans lequel de nombreuses méthodes existent

- analyse spectrale (spectres de Fourier, de Mellin)
- analyse par bancs de filtre (Gabor, ...)



Introduction

Prétraitements

Segmentation

Quantification



Page d'accueil

Page de Titre



Page 251 de 252

Retour

Plein écran

Fermer

Quitter



*Introduction*

*Prétraitements*

*Segmentation*

*Quantification*

*Page d'accueil*

*Page de Titre*



*Page 252 de 252*

*Retour*

*Plein écran*

*Fermer*

*Quitter*